

* 数值评分遵循以下标准：

$$Y = y_0, \quad \text{Num} = A - B - X; \quad \Delta = 0 - \alpha - \beta$$

若考生给出 y 的有效位数为 A ，数值为 $|y - y_0| \leq \alpha$ ，不扣分；有效位数为 B ，或 $|y - y_0| \in (\alpha, \beta]$ ，或物理量少单位，扣除 50% 分数；有效位数为 A, B 以外的值，或 $|y - y_0| > \beta$ ，扣除 100% 分数。该扣分得分扣完为止。计算过程中有效数字可以多（少）保留一位。没有给出 Num 的，表示与答案不同的有效位数扣除 100% 分数；没有给出 Δ 的，允许在末位出现 1 的偏差，否则扣除 100% 分数。

A.1 6.0pt	A.1.1 2.0pt 取 $t_i = n_i / (120 \text{ s}^{-1})$，对全部 5 点作最小二乘拟合。 0.5pt $\theta = (0.120 \text{ rad}) + (33.91 \text{ rad s}^{-1})t,$ 得 $\bar{\omega}_v = 33.9 \text{ rad s}^{-1}$。 0.5pt $\omega_{40} \approx \frac{\theta_{60} - \theta_{20}}{(60 - 20)/120} = \frac{17.075 - 5.769}{1/3} = 33.918 \text{ rad s}^{-1}. \quad \text{0.5pt}$ 取三位有效数字，$\omega_{40} = 33.9 \text{ rad s}^{-1}$。最大相对偏差 $0.0354\% < 0.50\%$，满足稳态判据。 0.5pt $\bar{\omega}_v$: Num = 3 - 2 - X; $\Delta = 0 - 0.1 - 0.3$ ω_{40}: Num = 3 - 2 - X; $\Delta = 0 - 0.1 - 0.3$
A.1.2 2.0pt	第 3 次有 $b_3 = 0.42 > 0.050 \text{ rad s}^{-2}$，不参加统计。保留第 1, 2, 4, 5, 6 次，得 $\bar{\omega} = 30.90 \text{ rad s}^{-1}. \quad \text{0.5pt}$ $\sigma_A(\bar{\omega}) = \sqrt{\frac{\sum_{i \in \{1, 2, 4, 5, 6\}} (\bar{\omega}_i - \bar{\omega})^2}{5(5 - 1)}} = \sqrt{\frac{0.100}{20}} = 0.0707 \text{ rad s}^{-1}. \quad \text{1.0pt}$ 不确定度取一位有效数字，$\sigma_A(\bar{\omega}) = 0.07 \text{ rad s}^{-1}$；测量值末位与不确定度对齐，结果为 $\bar{\omega} = (30.90 \pm 0.07) \text{ rad s}^{-1}. \quad \text{0.5pt}$ $\bar{\omega}$: Num = 4 - 3 - X; $\Delta = 0 - 0.01 - 0.03$ $\sigma_A(\bar{\omega})$: Num = 1 - - X; $\Delta = 0 - 0.01 - 0.03$ 不确定度的公式、数值各 0.5 分； 只算单次测量标准差而未除以 $\sqrt{5}$，此项 1.0 分不得分。
A.1.3 2.0pt	$v_{\text{wire}} = \frac{4L}{t_4 - t_0} = \frac{4 \times 0.570}{1.694 - 0} = 1.346 \text{ m s}^{-1}. \quad \text{1.0pt}$ 取三位有效数字，$v_{\text{wire}} = 1.35 \text{ m s}^{-1}$。 $q_v = \frac{v_{\text{wire}}}{R_b \bar{\omega}} = \frac{1.34593}{0.04357 \times 30.90} = 0.99971. \quad \text{0.5pt}$ 其中 $\bar{\omega}$ 取 A.1.2 的结果。由 $ q_v - 1 = 0.000287 < 2\sigma_{q_v} = 0.00496,$ 知本测量精度内无可分辨的平均相对滑动。 0.5pt v_{wire}: Num = 3 - 2 - X; $\Delta = 0 - 0.01 - 0.03$ q_v: Num = 3, 4, 5 - - X; $\Delta = 0 - 0.001 - 0.003$ 三位有效数字时为 $q_v = 1.00$；判别须使用舍入前的数值。

A.2 7.0pt	A.2.1 2.0pt 测功机转子所受的电磁阻力矩与机壳-定子组件所受的反力矩大小相等、方向相反，因而可由后者的静力平衡测出外负载力矩。测量状态 $\tau_L = F\ell_d$；标定状态 $\tau_s = mg\ell_d = F_s\ell_d$。0.5pt 首、末点的双向平均分别为 6.0, 106.0 mV，故 $U_0 = 6.00 \text{ mV}, \quad K = \frac{106.0 - 6.0}{1.250} = 80.0 \frac{\text{mV}}{\text{mN} \cdot \text{m}}. \quad 1.0\text{pt}$ U_0: Num = 2, 3 -- X; $\Delta = 0 - 0.1 - 0.3$ K: Num = 3 - 2 - X; $\Delta = 0 - 0.1 - 0.3$ 保持作用点、力臂和读出设置不变，才能沿用同一组标定系数。0.5pt
A.2.2 3.0pt	以下 U_i 均为成对均值；题千已说明成对平均消除回程偏差，不另行重复计入。 $\bar{U} = 53.00 \text{ mV}, \quad \sigma_{\text{line}} = \frac{0.10}{\sqrt{3}} = 0.0577 \text{ mV},$ $\sigma_{\text{transfer}} = \frac{0.050}{\sqrt{3}} = 0.0289 \text{ mV}.$ 两项 B 类分量 $\sigma_{\text{line}} = 0.06 \text{ mV}$、$\sigma_{\text{transfer}} = 0.029 \text{ mV}$ 0.5pt。 $\sigma_{\text{read}} = \sqrt{(0.0577)^2 + (0.0577)^2 + (0.0289)^2} = 0.0866 \text{ mV}. \quad 0.5\text{pt}$ 按不确定度规则取一位有效数字，$\sigma_{\text{read}} = 0.09 \text{ mV}$。 $\tau_L = \frac{53.0 - 6.00}{80.0} = 0.5875 \text{ mN} \cdot \text{m}, \quad 0.5\text{pt}$ $\sigma_{\tau_L} = \frac{0.0866}{80.0} = 0.00108 \text{ mN} \cdot \text{m}. \quad 0.5\text{pt}$ 故 $\tau_L = (0.5875 \pm 0.0011) \text{ mN} \cdot \text{m}$。 $\bar{U}$: Num = 4 - 3 - X; $\Delta = 0 - 0.01 - 0.03$ σ_{line}: Num = 1 - - X; $\Delta = 0 - 0.01 - 0.03$ σ_{transfer}: Num = 2 - - X; $\Delta = 0 - 0.001 - 0.003$ σ_{read}: Num = 1 - - X; $\Delta = 0 - 0.01 - 0.03$ τ_L: Num = 4 - 3 - X; $\Delta = 0 - 0.0001 - 0.0003$ σ_{τ_L}: Num = 2 - - X; $\Delta = 0 - 0.0001 - 0.0003$ 只从小负载侧趋近，相当于加载方向，读数较双向平均值低，故测得力矩偏小。0.5pt 由 $\tau_L = (\bar{U} - U_0)/K$ 且 $K > 0$，电压偏低导致力矩偏低。0.5pt
A.2.3 2.0pt	负载功率为 $P_L = \tau_L \bar{\omega} = 0.5875 \times 30.90 = 18.15 \text{ mW}, \quad 0.5\text{pt}$ 把 B 写成 $0.0240 \text{ mN} \cdot \text{m} \cdot \text{s}$，有 $\tau_f = 0.151 + 0.0240 \times 30.90 = 0.8926 \text{ mN} \cdot \text{m}, \quad 0.5\text{pt}$ 稳态平衡给出 $\tau_d = \tau_f + \tau_L = 1.4801 \text{ mN} \cdot \text{m}, \quad 0.5\text{pt}$ $\sigma_{\tau_d} = \sqrt{(0.0112)^2 + (0.00108)^2} = 0.0113 \text{ mN} \cdot \text{m}. \quad 0.5\text{pt}$ 取三位有效数字，$P_L = 18.2 \text{ mW}$，$\tau_f = 0.893 \text{ mN} \cdot \text{m}$ 按不确定度规则报告：$\tau_d = (1.480 \pm 0.011) \text{ mN} \cdot \text{m}$。 P_L: Num = 3 - 2 - X; $\Delta = 0 - 0.1 - 0.3$ τ_f: Num = 3 - 2 - X; $\Delta = 0 - 0.001 - 0.003$ τ_d: Num = 4 - 3 - X; $\Delta = 0 - 0.001 - 0.003$ σ_{τ_d}: Num = 2 - - X; $\Delta = 0 - 0.001 - 0.003$

A.3 8.0pt	A.3.1 2.0pt	截面微元 dA 上的力为 $dF = (Ey/R)dA$。中性轴通过截面形心，因而力平衡给出 $\int dF = \frac{E}{R} \int y dA = 0.$ 再对中性轴取矩，由力矩平衡得 $M = \int y dF = \frac{E}{R} \int y^2 dA = \frac{EI}{R}. \quad \text{1.0pt}$ 小轮上 $E_M \rightarrow E_A$，大轮上 $E_A \rightarrow E_M$，故 $F_{d,s} = \int_{E_M}^{E_A} \frac{I}{R_s^2} dE = \frac{I\Delta E}{R_s^2}, \quad F_{d,b} = \int_{E_A}^{E_M} \frac{I}{R_b^2} dE = -\frac{I\Delta E}{R_b^2}.$ 两项相加，得 $F_d = I\Delta E \left(\frac{1}{R_s^2} - \frac{1}{R_b^2} \right), \quad \tau_d = R_b F_d = G\Delta E. \quad \text{1.0pt}$
	A.3.2 2.0pt	用题给 G 和前问 τ_d， $\Delta E_{\text{dyn}} = \frac{1.4801 \times 10^{-3}}{3.5168 \times 10^{-13}} = 4.209 \text{ GPa}. \quad \text{1.0pt}$ $\frac{\sigma_{\Delta E, \text{dyn}}}{\Delta E_{\text{dyn}}} = \sqrt{\left(\frac{0.0113}{1.4801} \right)^2 + (0.0150)^2} = 0.0168,$ 得 $\sigma_{\Delta E, \text{dyn}} = 0.0708 \text{ GPa}$（取一位有效数字为 0.07 GPa），故 $\Delta E_{\text{dyn}} = (4.21 \pm 0.07) \text{ GPa}$。1.0pt ΔE_{dyn}: Num = 3 - 2 - X; $\Delta = 0 - 0.01 - 0.03$ $\sigma_{\Delta E, \text{dyn}}$: Num = 1 - -X; $\Delta = 0 - 0.01 - 0.03$ 该不确定度步骤中，传播关系占 0.5 分，数值及结果表达占 0.5 分。
	A.3.3 2.0pt	由 $s = \ell^3/(3EI)$ 得 $\Delta E_{\text{bend}} = \frac{\ell^3}{3I} \left(\frac{1}{s_A} - \frac{1}{s_M} \right). \quad \text{0.5pt}$ 代入题给斜率、ℓ 和 I，得 $\Delta E_{\text{bend}} = 4.228 \text{ GPa}$，取三位有效数字为 4.23 GPa。0.5pt ΔE_{bend}: Num = 3 - 2 - X; $\Delta = 0 - 0.01 - 0.03$ 所得模量不受影响。0.5pt 固定的零点示值偏差由截距 δ_0 吸收，不改变斜率。0.5pt
	A.3.4 2.0pt	两结果独立，差值的标准不确定度为 $\sigma_{\text{diff}} = \sqrt{\sigma_{\Delta E, \text{dyn}}^2 + \sigma_{\Delta E, \text{bend}}^2} = 0.114 \text{ GPa}. \quad \text{0.5pt}$ 取两位有效数字，$\sigma_{\text{diff}} = 0.11 \text{ GPa}$。以差值除以其标准不确定度： $z = \frac{ \Delta E_{\text{dyn}} - \Delta E_{\text{bend}} }{\sqrt{\sigma_{\Delta E, \text{dyn}}^2 + \sigma_{\Delta E, \text{bend}}^2}} = \frac{ 4.209 - 4.228 }{\sqrt{0.0708^2 + 0.090^2}} = 0.166 < 2, \quad \text{两结果相容。} \quad \text{0.5pt}$ σ_{diff}: Num = 2 - -X; $\Delta = 0 - 0.01 - 0.03$ 支持该模型对本装置当前工况的估计，不能据此外推到其他温度和负载。0.5pt 由 $\Delta E_{\text{dyn}} = (\tau_f + \tau_L)/G$，基线损耗低估时，反演模量差偏小。0.5pt 用已舍入中间值求得中间量 $\sigma_{\text{diff}} = 0.115 \text{ GPa}$ 亦可。

A.4 4.0pt	A.4.1 2.0pt	$\dot{m}_w = \lambda v_{\text{wire}} = 1.506 \text{ g s}^{-1}.$ 取三位有效数字, $\dot{m}_w = 1.51 \text{ g s}^{-1}$。丝从 M 态升温至 A 态, 每克吸热 $c(T_A - T_M) + \Lambda$, 故 $\dot{Q}_{\text{mod}} = \dot{m}_w [c(T_A - T_M) + \Lambda].$ 质量流率及热输入表达式 1.0pt。取 $\Lambda = 24.0 \text{ J g}^{-1}$, $\dot{Q}_{\text{mod}} = 1.50615[0.450(70.0 - 25.0) + 24.0] = 66.647 \text{ W},$ 取三位有效数字得 $\dot{Q}_{\text{mod}} = 66.6 \text{ W}$。 $\eta_{\text{mod}} = \frac{P_L}{\dot{Q}_{\text{mod}}} = \frac{18.1538 \times 10^{-3}}{66.647} = 0.0272\%. \quad \text{0.5pt}$ 当 $22.0 \leq \Lambda \leq 26.0 \text{ J g}^{-1}$ 时, $0.0261\% \leq \eta_{\text{mod}} \leq 0.0285\%. \quad \text{0.5pt}$ $\dot{m}_w$: Num = 3 - 2 - X; $\Delta = 0 - 0.01 - 0.03$ $\dot{Q}_{\text{mod}}$: Num = 3 - 2 - X; $\Delta = 0 - 0.1 - 0.3$ η_{mod}: Num = 3 - 2 - X; $\Delta = 0 - 0.0001 - 0.0003$ η_{mod} 范围: Num = 3 - 2 - X; $\Delta = 0 - 0.0001 - 0.0003$
	A.4.2 2.0pt	$\dot{Q}_{\text{cal}} = \dot{m}_h c_w (\Delta T_{\text{run}} - \Delta T_{\text{blank}}) = 10.00 \times 4.18 \times (1.680 - 0.085) = 66.67 \text{ W}.$ 取三位有效数字, $\dot{Q}_{\text{cal}} = 66.7 \text{ W}$。 $\eta_{\text{cal}} = \frac{18.1538 \times 10^{-3}}{66.67} = 0.0272\%. \quad \text{1.0pt}$ $\dot{Q}_{\text{cal}}$: Num = 3 - 2 - X; $\Delta = 0 - 0.1 - 0.3$ η_{cal}: Num = 3 - 2 - X; $\Delta = 0 - 0.0001 - 0.0003$ η_{cal} 落在模型效率范围内。0.5pt 空白值反映水槽、管路等的本底散热; 扣除后, 得到主要由合金丝吸收的热功率。0.5pt 大意相近即可。

B.1 18.0pt	B.1.1 1.0pt	纯固体活度为 1。分解产生的氨与二氧化碳物质的量之比为 2 : 1，故无空气时																																																								
		$K^{\ominus} = \left(\frac{p_{\text{NH}_3}}{P^{\ominus}}\right)^2 \frac{p_{\text{CO}_2}}{P^{\ominus}} = \frac{4}{27} \left(\frac{P}{P^{\ominus}}\right)^3. \quad \text{0.5pt}$																																																								
		有惰性空气时，分解气体总分压为 $P - p_a$ ，故以 $P - p_a$ 替换上式中的 P 。0.5pt																																																								
	B.1.2 1.0pt	由 $dG = -S dT + V dp$ ，在定压下																																																								
		$\left(\frac{\partial(G/T)}{\partial T}\right)_p = \frac{1}{T} \left(\frac{\partial G}{\partial T}\right)_p - \frac{G}{T^2}. \quad (1)$																																																								
		$\left(\frac{\partial G}{\partial T}\right)_p = -S. \quad (2)$																																																								
		结合 $G = H - TS$,																																																								
		$\left(\frac{\partial(G/T)}{\partial T}\right)_p = -\frac{TS + G}{T^2} = -\frac{H}{T^2}. \quad \text{0.5pt} \quad (3)$																																																								
		对反应标准量同样成立，而																																																								
		$\Delta_r G_m^{\ominus} = -RT \ln K^{\ominus}. \quad (4)$																																																								
		将式(4)代入式(3),																																																								
		$-R \frac{d \ln K^{\ominus}}{dT} = -\frac{\Delta_r H_m^{\ominus}}{T^2}, \quad \frac{d \ln K^{\ominus}}{dT} = \frac{\Delta_r H_m^{\ominus}}{RT^2}. \quad \text{0.5pt}$																																																								
	B.1.3 1.0pt	恒焓近似给出																																																								
		$\ln K^{\ominus} = -\frac{\Delta H}{RT} + \frac{\Delta S}{R}, \quad \Delta G = -RT \ln K^{\ominus}, \quad \Delta S = \frac{\Delta H - \Delta G}{T}. \quad \text{0.5pt}$																																																								
		若 $P' = a_p P$ ，则 $K' = a_p^3 K$ ，从而 $\ln K' = \ln K + 3 \ln a_p$ 。纵坐标只整体平移，斜率不变：																																																								
		$\Delta H'_{\text{fit}} = \Delta H_{\text{fit}}, \quad \Delta S'_{\text{fit}} = \Delta S_{\text{fit}} + 3R \ln a_p. \quad \text{0.5pt}$																																																								
	B.1.4 3.0pt	用 $P = P_{\text{atm}} + \Delta P$ ， $K^{\ominus} = \frac{4}{27} (P/100 \text{ kPa})^3$ 。末列表头为 $x = 10^3 \text{ K}/T$ ，表中的 x 无量纲。以下各列按题定精度展示，回归使用由原始读数计算所得的数值。																																																								
		表 1：不同温度下氨基甲酸铵的分解压数据																																																								
		<table><tr><th>序号</th><th>$t/^{\circ}\text{C}$</th><th>$P_{\text{atm}}/\text{kPa}$</th><th>$\Delta P/\text{kPa}$</th><th>$P/\text{kPa}$</th><th>$K^{\ominus} \times 10^3$</th><th>$\lg K^{\ominus}$</th><th>$10^3 \text{ K}/T$</th></tr><tr><td>1</td><td>35</td><td>100.14</td><td>-81.01</td><td>19.13</td><td>1.037</td><td>-2.9842</td><td>3.2452</td></tr><tr><td>2</td><td>36</td><td>100.31</td><td>-75.23</td><td>25.08</td><td>2.337</td><td>-2.6313</td><td>3.2347</td></tr><tr><td>3</td><td>37</td><td>100.31</td><td>-71.37</td><td>28.94</td><td>3.591</td><td>-2.4448</td><td>3.2242</td></tr><tr><td>4</td><td>38</td><td>100.31</td><td>-68.68</td><td>31.63</td><td>4.688</td><td>-2.3290</td><td>3.2139</td></tr><tr><td>5</td><td>39</td><td>100.31</td><td>-66.56</td><td>33.75</td><td>5.695</td><td>-2.2445</td><td>3.2036</td></tr><tr><td>6</td><td>40</td><td>100.47</td><td>-63.08</td><td>37.39</td><td>7.744</td><td>-2.1110</td><td>3.1934</td></tr></table>	序号	$t/^{\circ}\text{C}$	$P_{\text{atm}}/\text{kPa}$	$\Delta P/\text{kPa}$	P/kPa	$K^{\ominus} \times 10^3$	$\lg K^{\ominus}$	$10^3 \text{ K}/T$	1	35	100.14	-81.01	19.13	1.037	-2.9842	3.2452	2	36	100.31	-75.23	25.08	2.337	-2.6313	3.2347	3	37	100.31	-71.37	28.94	3.591	-2.4448	3.2242	4	38	100.31	-68.68	31.63	4.688	-2.3290	3.2139	5	39	100.31	-66.56	33.75	5.695	-2.2445	3.2036	6	40	100.47	-63.08	37.39	7.744	-2.1110	3.1934
序号	$t/^{\circ}\text{C}$	$P_{\text{atm}}/\text{kPa}$	$\Delta P/\text{kPa}$	P/kPa	$K^{\ominus} \times 10^3$	$\lg K^{\ominus}$	$10^3 \text{ K}/T$																																																			
1	35	100.14	-81.01	19.13	1.037	-2.9842	3.2452																																																			
2	36	100.31	-75.23	25.08	2.337	-2.6313	3.2347																																																			
3	37	100.31	-71.37	28.94	3.591	-2.4448	3.2242																																																			
4	38	100.31	-68.68	31.63	4.688	-2.3290	3.2139																																																			
5	39	100.31	-66.56	33.75	5.695	-2.2445	3.2036																																																			
6	40	100.47	-63.08	37.39	7.744	-2.1110	3.1934																																																			

P 列正确。0.5pt $K^\ominus \times 10^3$ 列正确。0.5pt $\lg K^\ominus$ 列正确。0.5pt 表头无量纲化正确。0.5pt 六个温度倒数正确。1.0pt

P 列: Num = 4 - 3 - X; $\Delta = 0 - 0.01 - 0.03$

$K^\ominus \times 10^3$ 列: Num = 4 - 3 - X; $\Delta = 0 - 0.001 - 0.003$

y 列: Num = 5 - 4 - X; $\Delta = 0 - 0.0001 - 0.0003$

x 列: Num = 5 - 4 - X; $\Delta = 0 - 0.0001 - 0.0003$

(1) 作图共 2.0 pt, 示例如下:

图名未写 -0.5pt, 坐标轴未标度每条 -0.5pt, 六个实验点错误或缺失共 -1.0 pt, 直线不光滑 -1.0pt, 作图区域过小 -1.0pt, 作图潦草 -0.5pt, 扣完为止。

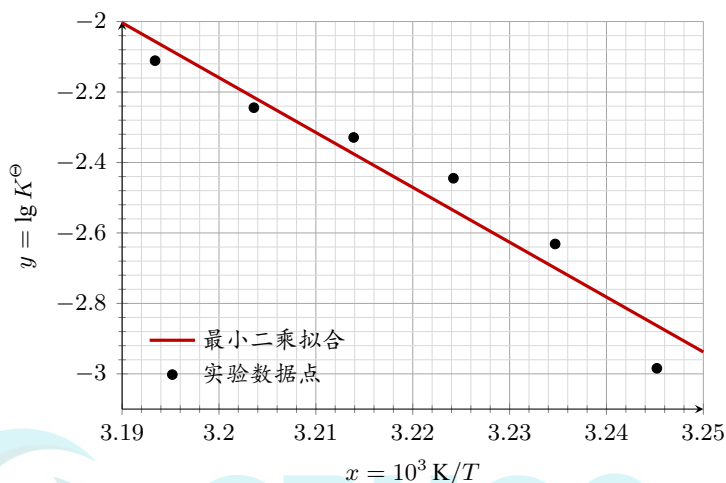


图 1: $\lg K^\ominus$ 与 $10^3 K/T$ 的拟合直线

(2) 拟合及焓。使用舍入前的数据得到

$$k = -15.57283831, \quad b = 47.67389746, \quad r = -0.9647633 \quad (R^2 = 0.9307683).$$

按五位有效数字报 $k = -15.573$ 、 $b = 47.674$ 。0.5pt

$$\Delta H_{\text{fit}} = -(10^3 \text{ K}) R \ln 10 k = 298.1216 \text{ kJ/mol},$$

$$\Delta S_{\text{fit}} = R \ln 10 b = 912.6544 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}. \quad 0.5\text{pt}$$

其中包含横坐标定义带来的尺度因子 10^3 K 。由拟合所得的相关系数计算斜率的标准不确定度:

B.1.5
6.0pt

$$\sigma_k = |k| \sqrt{\frac{1/r^2 - 1}{n - 2}} = 15.57283831 \sqrt{\frac{1/(-0.9647633)^2 - 1}{4}} = 2.1235848.$$

式中取 $|k|$ 以保证不确定度为正; $|r|$ 越接近 1, 数据的线性相关性越强, σ_k 越小。由此得到

$$\sigma_{\Delta H} = (10^3 \text{ K}) R \ln 10 \sigma_k = 40.6533 \text{ kJ/mol}. \quad 1.0\text{pt}$$

故按不确定度有效位数规则报告为 $\Delta H_{\text{fit}} = (300 \pm 40) \text{ kJ/mol}$ 。该数值反映题定回归模型下的随机残差, 未知系统误差需另行评定。0.5pt

斜率 k : Num = 5 - 4 - X; $\Delta = 0 - 0.002 - 0.02$

截距 b : Num = 5 - 4 - X; $\Delta = 0 - 0.002 - 0.02$

ΔH_{fit} : Num = 1 - -X; $\Delta = 0 - 10 - 20$ ΔS_{fit} : Num = 5 - 4 - X; $\Delta = 0 - 0.1 - 0.3$

$\sigma_{\Delta H}$: Num = 1 - -X; $\Delta = 0 - 10 - 20$

	(3) 逐点计算。使用同一个舍入前的 ΔH_{fit}，而 K_i 分别取各原始压力算出的值： $\Delta G_i = -RT_i \ln K_i, \quad \Delta S_i = \frac{\Delta H_{\text{fit}} - \Delta G_i}{T_i}.$ 逐点结果与直线截距结果的差异对应拟合残差。 表 2： $\Delta_r G_m^\ominus$ 与 $\Delta_r S_m^\ominus$ 的计算结果 <table><tr><th>序号</th><th>$K^\ominus \times 10^3$</th><th>$\lg K^\ominus$</th><th>$10^3 \text{ K}/T$</th><th>$\Delta_r G_m^\ominus / (\text{kJ/mol})$</th><th>$\Delta_r S_m^\ominus / (\text{J mol}^{-1} \text{K}^{-1})$</th></tr><tr><td>1</td><td>1.037</td><td>-2.9842</td><td>3.2452</td><td>17.604</td><td>910.33</td></tr><tr><td>2</td><td>2.337</td><td>-2.6313</td><td>3.2347</td><td>15.573</td><td>913.95</td></tr><tr><td>3</td><td>3.591</td><td>-2.4448</td><td>3.2242</td><td>14.516</td><td>914.41</td></tr><tr><td>4</td><td>4.688</td><td>-2.3290</td><td>3.2139</td><td>13.873</td><td>913.54</td></tr><tr><td>5</td><td>5.695</td><td>-2.2445</td><td>3.2036</td><td>13.412</td><td>912.09</td></tr><tr><td>6</td><td>7.744</td><td>-2.1110</td><td>3.1934</td><td>12.655</td><td>911.60</td></tr></table> 两列计算关系正确 0.5 分，六组数值正确 0.5 分。1.0pt 说明各点 ΔS_i 均使用同一个拟合焓，并指出系统误差需另行评估。0.5pt ΔG_i 列： Num = 5 - 4 - X; Δ = 0 - 0.01 - 0.03 ΔS_i 列： Num = 5 - 4 - X; Δ = 0 - 0.1 - 0.3	序号	$K^\ominus \times 10^3$	$\lg K^\ominus$	$10^3 \text{ K}/T$	$\Delta_r G_m^\ominus / (\text{kJ/mol})$	$\Delta_r S_m^\ominus / (\text{J mol}^{-1} \text{K}^{-1})$	1	1.037	-2.9842	3.2452	17.604	910.33	2	2.337	-2.6313	3.2347	15.573	913.95	3	3.591	-2.4448	3.2242	14.516	914.41	4	4.688	-2.3290	3.2139	13.873	913.54	5	5.695	-2.2445	3.2036	13.412	912.09	6	7.744	-2.1110	3.1934	12.655	911.60
序号	$K^\ominus \times 10^3$	$\lg K^\ominus$	$10^3 \text{ K}/T$	$\Delta_r G_m^\ominus / (\text{kJ/mol})$	$\Delta_r S_m^\ominus / (\text{J mol}^{-1} \text{K}^{-1})$																																						
1	1.037	-2.9842	3.2452	17.604	910.33																																						
2	2.337	-2.6313	3.2347	15.573	913.95																																						
3	3.591	-2.4448	3.2242	14.516	914.41																																						
4	4.688	-2.3290	3.2139	13.873	913.54																																						
5	5.695	-2.2445	3.2036	13.412	912.09																																						
6	7.744	-2.1110	3.1934	12.655	911.60																																						
B.1.6 1.0pt	选 B。恒温、计量气体和固体共存时，增加固体不改变平衡分压。0.5pt 临界时 $n_g = 3m_{\text{crit}}/M_s$，故 $m_{\text{crit}} = \frac{PVM_s}{3RT} = \frac{37.39 \times 10^3 \times 0.500 \times 10^{-3} \times 78.07}{3 \times 8.314 \times 313.15} = 0.186864 \text{ g} \approx 0.187 \text{ g}.$ 保证仍有固体需 $m > m_{\text{crit}}$；少于此值时，总压受总物质量限制。0.5pt m_{crit}： Num = 3 - 2 - X; Δ = 0 - 0.001 - 0.003																																										
B.1.7 1.0pt	封液应具有足够低的蒸气压，以免引入不可忽略的蒸气分压。水的蒸气压会给总压增加一项。0.5pt 水还会显著吸收气体，尤其是氨，使气相组成偏离 2 : 1。 因此使用水时需校正水蒸气分压和实际气相组成。指出选择性吸收会使原计量分压公式失效。0.5pt																																										
B.1.8 2.0pt	调节的是参比例。0.5pt 同一封液静压平衡给出 $P_s + \rho_o g z_s = P_r + \rho_o g z_r, \quad P_s = P_r - \rho_o g h. \quad \textbf{0.5pt}$ $h = 0$ 表示两侧机械压力相等；化学平衡还需通过充分恒温、压力随时间稳定及复测加以确认。0.5pt 液面持续漂移的可能原因包括漏气、阀门或管路异常、封液状态变化、温度变化和反应尚未稳定。0.5pt																																										
B.1.9 2.0pt	在给定理想模型和气-固共存条件下，惰性空气增加总压，使 ΔP 更不负、算出的 K 偏高，与该点的低压偏差方向相反。0.5pt 未充分恒温、尚未达到平衡、负零偏等均可能给出低读数，因此六点数据无法唯一确定异常来源。0.5pt 将第一个 y 值由 -2.9842 改为 -2.9942 后重新拟合，得到 $k' = -15.7113 < k, \quad b' = 48.1179 > b.$ 因此斜率变得更负，截距增大，故 $\delta \Delta H_{\text{fit}} = -(10^3 \text{ K}) R \ln 10 \delta k > 0, \quad \delta \Delta S_{\text{fit}} = R \ln 10 \delta b > 0. \quad \textbf{1.0pt}$																																										

B.2 12.0pt	固液两相化学势相等： $\mu_A^{s,*} = \mu_A^{l,*} + RT \ln x_A.$ 令纯溶剂的摩尔熔化自由能 $\Delta G_{\text{fus}} = \mu_A^{l,*} - \mu_A^{s,*}$，则 $\ln x_A = -\frac{\Delta G_{\text{fus}}}{RT}. \quad \text{0.5pt}$ 由定压吉布斯-亥姆霍兹关系， $\frac{d(\Delta G_{\text{fus}}/T)}{dT} = -\frac{\Delta H_{\text{fus}}}{T^2}, \quad \frac{d \ln x_A}{dT} = \frac{\Delta H_{\text{fus}}}{RT^2}.$ B.2.1 1.0pt 从 T_f^*、$x_A = 1$ 积分至 T_f、x_A，得 $\ln x_A = \frac{\Delta H_{\text{fus}}}{R} \left(\frac{1}{T_f^*} - \frac{1}{T_f} \right). \quad \text{0.5pt}$ 因为 $T_f < T_f^*$，右侧为负，与 $\ln x_A < 0$ 一致。
B.2.2 1.0pt	令 $a = M_A/1000$ (kg/mol)、$T_0 = T_f^*$、$\Delta = T_0 - T_f$。二阶展开为 $\ln x_A = -am_B + \frac{a^2 m_B^2}{2} + O(m_B^3),$ $\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_0 - \Delta} = -\frac{\Delta}{T_0^2} - \frac{\Delta^2}{T_0^3} + O(\Delta^3).$ 一阶比较得 $K_f = \frac{RT_0^2 M_A}{1000 \Delta H_{\text{fus}}}. \quad \text{0.5pt}$ 将 $\Delta = K_f m_B (1 + \alpha_0 m_B)$ 代入并比较二阶项： $\alpha_0 = -\frac{M_A}{2000} - \frac{K_f}{T_0} \approx -0.11357 \text{ kg/mol}. \quad \text{0.5pt}$ α_0: Num = 5 - 4 - X; Δ = 0 - 0.00001 - 0.00003 温度倒数和对数的二阶项都须保留；一阶关系的两个负号相消。
B.2.3 1.0pt	W_A 的克数换成千克应除以 10^3；因此 $m_B = \frac{W_B/M_0}{W_A/10^3} = \frac{10^3 W_B}{M_0 W_A}.$ 按 $\Delta T_f = K_f m_B$ 反算得 $M_{\text{app}} = \frac{10^3 K_f W_B}{\Delta T_f W_A} \quad (\text{g/mol}). \quad \text{1.0pt}$ 其中 10^3 来自 g/kg 的数值换算。

B.2.4 1.0pt	代入 $m_B = 10^3 w/M_0$，并按低浓度展开： $M_{\text{app}} = \frac{M_0}{1 + \alpha m_B + O(m_B^2)} = M_0 - 10^3 \alpha w + O(w^2).$ 在所给一阶模型下，零浓度截距为 M_0。0.5pt 由表观质量反算时 $m_{\text{app}} = \frac{10^3 w}{M_{\text{app}}} = \frac{\Delta T_f}{K_f}.$ m_{app} 与纵坐标共用同一个温降量；采用独立称量的 w 可避免循环定义。0.5pt																																																															
B.2.5 1.0pt	$\Delta T_f = 6.612 - T_f$ (K), $M_{\text{app}} = 20000w/\Delta T_f$ (g/mol), $w = W_B/W_A$。第 1、2 组仍照实填表；是否进入拟合另按题给操作记录决定。 表 3：凝固点降低法测定萘的摩尔质量的实验数据 <table><tr><th>组号</th><th>W_A/g</th><th>W_B/g</th><th>$T_f/^\circ\text{C}$</th><th>$\Delta T_f/\text{K}$</th><th>$M_{\text{app}}/(\text{g/mol})$</th><th>$10^3 w$</th></tr><tr><td>0</td><td>18.699</td><td>0</td><td>6.612</td><td>—</td><td>—</td><td>—</td></tr><tr><td>1</td><td>17.722</td><td>0.019</td><td>6.391</td><td>0.221</td><td>97.02</td><td>1.072</td></tr><tr><td>2</td><td>17.670</td><td>0.050</td><td>6.061</td><td>0.551</td><td>102.7</td><td>2.830</td></tr><tr><td>3</td><td>17.662</td><td>0.080</td><td>5.922</td><td>0.690</td><td>131.3</td><td>4.529</td></tr><tr><td>4</td><td>17.656</td><td>0.110</td><td>5.656</td><td>0.956</td><td>130.3</td><td>6.230</td></tr><tr><td>5</td><td>17.647</td><td>0.141</td><td>5.359</td><td>1.253</td><td>127.5</td><td>7.990</td></tr><tr><td>6</td><td>17.626</td><td>0.172</td><td>5.145</td><td>1.467</td><td>133.0</td><td>9.758</td></tr><tr><td>7</td><td>17.598</td><td>0.200</td><td>4.838</td><td>1.774</td><td>128.1</td><td>11.36</td></tr></table> 温降七项正确。0.5pt M_{app} 与 $10^3 w$ 两列正确。0.5pt ΔT_f 列第 1–4 组：Num = 3 – 2 – X; Δ = 0 – 0.001 – 0.003 ΔT_f 列第 5–7 组：Num = 4 – 3 – X; Δ = 0 – 0.001 – 0.003 M_{app} 列：Num = 4 – 3 – X; Δ = 0 – 0.1 – 0.3 $10^3 w$ 列：Num = 4 – 3 – X; Δ = 0 – 0.005 – 0.02	组号	W_A/g	W_B/g	$T_f/^\circ\text{C}$	$\Delta T_f/\text{K}$	$M_{\text{app}}/(\text{g/mol})$	$10^3 w$	0	18.699	0	6.612	—	—	—	1	17.722	0.019	6.391	0.221	97.02	1.072	2	17.670	0.050	6.061	0.551	102.7	2.830	3	17.662	0.080	5.922	0.690	131.3	4.529	4	17.656	0.110	5.656	0.956	130.3	6.230	5	17.647	0.141	5.359	1.253	127.5	7.990	6	17.626	0.172	5.145	1.467	133.0	9.758	7	17.598	0.200	4.838	1.774	128.1	11.36
组号	W_A/g	W_B/g	$T_f/^\circ\text{C}$	$\Delta T_f/\text{K}$	$M_{\text{app}}/(\text{g/mol})$	$10^3 w$																																																										
0	18.699	0	6.612	—	—	—																																																										
1	17.722	0.019	6.391	0.221	97.02	1.072																																																										
2	17.670	0.050	6.061	0.551	102.7	2.830																																																										
3	17.662	0.080	5.922	0.690	131.3	4.529																																																										
4	17.656	0.110	5.656	0.956	130.3	6.230																																																										
5	17.647	0.141	5.359	1.253	127.5	7.990																																																										
6	17.626	0.172	5.145	1.467	133.0	9.758																																																										
7	17.598	0.200	4.838	1.774	128.1	11.36																																																										
B.2.6 1.0pt	根据独立操作记录，使用第 3–7 组舍入前的数值拟合： $M_{\text{app}} = 131.683066 - 202.829196w \quad (\text{g/mol}).$ 零浓度截距为 131.68 g/mol，相对偏差为 $\delta = \frac{ 131.683066 - 128.18 }{128.18} \times 100\% = 2.73293\% \approx 2.73\%. \quad 0.5\text{pt}$ $b_w /\sigma_{b_w} = 202.829/467 = 0.434 < 2$，故未检出明确的浓度趋势。0.5pt 截距：Num = 5 – 4 – X; Δ = 0 – 0.03 – 0.1 相对偏差（百分数）：Num = 3 – 2 – X; Δ = 0 – 0.02 – 0.1 b_w /σ_{b_w}：Num = 3 – 2 – X; Δ = 0 – 0.001 – 0.003																																																															
	因成核存在势垒，温度低于平衡凝固点时液体仍可能未结晶；形成足够晶核后，结晶释放潜热使温度回升。1.0pt 纯溶剂在定压、近似平衡的固液共存阶段有近似恒定的温度，因此可见平台。																																																															

B.2.7 2.0pt	析出的是纯溶剂，液相溶质的量不变而溶剂质量变为原来的 $1 - f$，故 $m_B(f) = \frac{m_{B0}}{1 - f}, \quad T_f(f) \simeq T_f^* - \frac{K_f m_{B0}}{1 - f}.$ $\frac{dT_f}{df} = -\frac{K_f m_{B0}}{(1 - f)^2} < 0.$ 因此缓慢凝固时液相浓度上升、平衡凝固点持续下降，形成向下倾斜的凝固段；该式仅用于剩余液相仍足够稀的区间。1.0pt
B.2.8 1.0pt	分别拟合结晶前的液相冷却近线性段与过冷回升后的早期凝固近线性段，外推两线，以交点温度作该方法的凝固点估计。0.5pt 过冷谷底和快速回升段均偏离所需的近线性过程。严重过冷且已有较多溶剂析出时，剩余液组成已经改变，交点只是凝固点估计值。0.5pt
B.2.9 1.0pt	答案：BC。空气层增加热阻、减缓冷却，配合搅拌可减小内外温差，并给成核与温度均匀化更多时间。正确选项为 BC；全部选对 1.0 pt，漏选或错选均为 0 pt
B.2.10 2.0pt	实际质量摩尔浓度为 $m_{\text{true}} = \frac{10^3 w}{(1 - f)M_0},$ 故温降比误用称量值预计的更大，而反算摩尔质量偏小。0.5pt 在本问理想稀溶液模型下， $M_{\text{app}} = \frac{10^3 K_f w}{K_f m_{\text{true}}} = (1 - f)M_0 = M_0(1 - f_0) - M_0 f_1 w. \quad 0.5pt$ 零浓度截距为 $M_0(1 - f_0)$：线性外推消去随浓度变化的 $f_1 w$ 项，而常量比例损失 f_0 保留在截距中。0.5pt 因 $f_0 \geq 0$，该挥发效应使截距降低，与本题截距偏高的方向相反。0.5pt

C.1 5.0pt	(1) 完整 g_F 因子的计算。 ^{87}Rb ($I = 3/2$): $F = 1: \quad g_F = -\frac{1}{4}g_J + \frac{5}{4}g_I = -0.50058275 - 0.00124392675 \approx -0.501827,$ $F = 2: \quad g_F = \frac{1}{4}g_J + \frac{3}{4}g_I = 0.50058275 - 0.00074635605 \approx 0.499836.$ ^{85}Rb ($I = 5/2$): $F = 2: \quad g_F = -\frac{1}{6}g_J + \frac{7}{6}g_I = -\frac{2.002331}{6} - \frac{7(0.0002936400)}{6} \approx -0.334064,$ $F = 3: \quad g_F = \frac{1}{6}g_J + \frac{5}{6}g_I = \frac{2.002331}{6} - \frac{5(0.0002936400)}{6} \approx 0.333477.$ 四个结果的绝对值依次为 $ g_F : \quad 0.501827, 0.499836, 0.334064, 0.333477.$ Num = 6 - 5 - X; $\Delta = 0 - 10^{-6} - 3 \times 10^{-6}$ (2) 近似值与相对修正。取 $g_J = 2, g_I = 0$ 时四个 g_F 为 $\frac{1}{2}, \quad \frac{1}{2}, \quad \frac{1}{3}, \quad \frac{1}{3} \quad \text{Num} = 1 - -X; \Delta = 0 - 0 - 0$ 以未舍入的 g_F 计算, 相对修正 $\varepsilon = (g_F - g_F _0)/ g_F _0$ 为 $^{87}\text{Rb}, F = 1: \quad \varepsilon = +0.36533535\% \approx +0.365\%,$ $^{87}\text{Rb}, F = 2: \quad \varepsilon = -0.03272121\% \approx -0.0327\%,$ $^{85}\text{Rb}, F = 2: \quad \varepsilon = +0.219324\% \approx +0.219\%,$ $^{85}\text{Rb}, F = 3: \quad \varepsilon = +0.043140\% \approx +0.0431\%.$ 0.365%, 0.219%: Num = 3 - 2 - X; $\Delta = 0 - 0.001 - 0.003$ -0.0327%, 0.0431%: Num = 3 - 2 - X; $\Delta = 0 - 0.0001 - 0.0003$ ^{87}Rb 的 $F = 1$ 能级相对修正的绝对值最大 (约 0.37%)。四个 g_F 表达式与数值正确 1.0 pt 四个近似值及四个相对修正量正确 0.5 pt 指出最大修正能级 0.5 pt
	数值计算。由题给弱场二级近似公式直接代入计算。 $g_J - g_I = 2.002331 - (-0.0009951414) = 2.0033261414,$ $\frac{Q_0}{h} = \frac{(g_J - g_I)^2 \mu_B^2}{4h^2 \nu_{\text{hfs}}} \approx 2.8757 \times 10^{10} \text{ Hz/T}^2,$ $= 2.8757 \times 10^{-4} \text{ MHz/Gs}^2 \quad \text{Num} = 5 - 4 - X; \Delta = 0 - 10^{-8} - 3 \times 10^{-8}.$ 使用第 1.1 问未舍入值 $g_F^{F=2} = 0.49983639395$, 线性项为 $\frac{g_F \mu_B B}{h} \approx (0.699583259746 \text{ MHz/Gs})(20.0 \text{ Gs}) \approx 13.9916652 \text{ MHz}.$ Q_0/h 数值正确 0.5 pt

	C.1.2 2.0pt	保留中间位数，二次修正项 $-\frac{Q_0}{h} \frac{2m+1}{4} B^2$ 对 $m = -2, -1, 0, 1$ 依次约为 $+0.086271887, +0.028757296, -0.028757296, -0.086271887$ MHz, 最后统一舍入，四个跃迁频率依次为 $14.0779, 14.0204, 13.9629, 13.9054$ MHz. Num = 6 - 5 - X; Δ = 0 - 0.0001 - 0.0003 $\Delta\nu_{\text{spread}} = \frac{3Q_0}{2h} B^2 \approx 0.1725 \text{ MHz}.$ Num = 4 - 3 - X; Δ = 0 - 0.0001 - 0.0003 四个跃迁频率正确 1.0 pt 最大与最小频率之差正确 0.5 pt
	C.1.3 1.0pt	(1) 由二次 Zeeman 项，四条线中心频率的总跨度 $\Delta\nu_{\text{spread}}(B) \propto B^2$。在 $B = 20.0$ Gs 时为 0.1725 MHz，故在 $B = 1.00$ Gs 时 $\Delta\nu_{\text{spread}}(1.00 \text{ Gs}) = \frac{3Q_0}{2h} (1.00 \text{ Gs})^2 \approx 0.431 \text{ kHz}.$ Num = 3 - 2 - X; Δ = 0 - 0.001 - 0.003 (2) 四条跃迁等间隔，相邻线间距为 $\delta\nu(B) = \frac{\Delta\nu_{\text{spread}}(B)}{3} = \frac{Q_0}{2h} B^2.$ 在 $B = 1.00$ Gs 时，$\delta\nu = 0.144$ kHz，且 $\delta\nu \ll \Gamma$，四条线完全不可分辨。在 $B = 20.0$ Gs 时， $\delta\nu = \frac{Q_0}{2h} (20.0 \text{ Gs})^2 \approx 0.0575 \text{ MHz} < \Gamma,$ 故按题设判据，四条线仍不能被逐条分辨；但其中心频率总跨度 $0.1725 \text{ MHz} > \Gamma$，合成谱线可能出现明显展宽或肩峰。 结合题给各同位素内部频率总跨度远小于线宽的条件，每个同位素在低场下表现为一个未分辨共振谷。上述计算具体说明低场数据（0.400–1.200 MHz，对应 ^{87}Rb 共振场约 0.57–1.72 Gs）中 ^{87}Rb 的 $F = 2$ 内四条跃迁重叠；在更高磁场下，相邻跃迁间隔增大，才可能出现多重峰。 $B = 1.00$ Gs 频率总跨度数值正确 0.5 pt 两个磁场下分辨判断及低场单谷解释正确 0.5 pt
C.2 3.0pt	C.2.1 1.0pt	答案：AC。 沿光传播方向看，σ^+ 光携带正方向的角动量，吸收过程满足 $\Delta m_F = +1$，故 A 正确。自发辐射虽可取 $\Delta m_F = 0, \pm 1$，但下一次吸收仍具有方向选择性；反复循环会使布居逐渐向较大的 m_F 转移，故 B 错误。由题设，从 $F, F\rangle$ 不能继续吸收 σ^+ 光，该态为暗态，故 C 正确。改用 σ^- 后布居趋向 $m_F = -F$ 一端，故 D 错误。正确选项为 AC；全部选对 1.0 pt，漏选或错选均为 0 pt
	C.2.2 1.0pt	答案：AC。 垂直于静磁场的射频磁场通过 $F_x = (F_+ + F_-)/2$ 耦合相邻 m_F 态，故 A 正确；严格平行于静磁场的射频扰动不能有效驱动相邻 m_F 态，故 B 错误。共振射频场破坏暗态布居，使光吸收增强并产生透射谷，故 C 正确。强射频驱动会导致饱和和功率展宽，故 D 错误。正确选项为 AC；全部选对 1.0 pt，漏选或错选均为 0 pt
	C.2.3 1.0pt	答案：ABD。 在题设忽略选择性失谐的条件下，线偏振光可看作等强的 σ^+ 和 σ^- 成分，因此不会使布居整体偏向正 m_F 或负 m_F 一侧；但不同 m_F 子能级被激发的概率仍可不同，故 A 正确。垂直于光路的静磁场会使已建立的自旋取向转离光传播方向，故 B 正确。共振线宽量级与 $1/T_2$ 成正比，T_2 缩短导致展宽而非变窄，故 C 错误。固定 ν 时 $B_{\text{res}} \simeq h\nu/(g_F \mu_B)$，故 D 正确。泵浦光过强会出现饱和与功率展宽，信号对比度也不会无限增长，故 E 错误。正确选项为 ABD；全部选对 1.0 pt，漏选或错选均为 0 pt

C.3 6.0pt	(1) 正向: $B_{\text{res}} = KI_+ + B_{\text{earth},\parallel}$; 反向: $B_{\text{res}} = KI_- - B_{\text{earth},\parallel}$。同一共振谷对应同一 B_{res}, 二式联立: $KI_+ + B_{\text{earth},\parallel} = KI_- - B_{\text{earth},\parallel} \implies B_{\text{earth},\parallel} = \frac{K(I_- - I_+)}{2}.$ (2) $\nu = 1.000 \text{ MHz}$ 时: 谷 1: $B_{\text{earth},\parallel} = \frac{9.00 \text{ Gs/A}}{2}(0.212 \text{ A} - 0.104 \text{ A}) = 0.4860 \text{ Gs},$ Num = 4 - 3 - X; $\Delta = 0 - 0.0001 - 0.0003$ 谷 2: $B_{\text{earth},\parallel} = \frac{9.00 \text{ Gs/A}}{2}(0.292 \text{ A} - 0.183 \text{ A}) = 0.4905 \text{ Gs}.$ Num = 4 - 3 - X; $\Delta = 0 - 0.0001 - 0.0003$ 两组结果可写为 $B_1 = (0.4860 \pm 0.0064) \text{ Gs}$、$B_2 = (0.4905 \pm 0.0064) \text{ Gs}$。由 $u(I) = 0.001 \text{ A}$: $u(B_{\text{earth},\parallel}) = \frac{K}{2} \sqrt{u^2(I_+) + u^2(I_-)} = \frac{9.00 \text{ Gs/A}}{2} \sqrt{(0.001 \text{ A})^2 + (0.001 \text{ A})^2}$ $\approx 0.0064 \text{ Gs} \quad \text{Num} = 2 - -X; \Delta = 0 - 0.0001 - 0.0003.$ 两结果之差的合成标准不确定度为 $u(B_2 - B_1) = K u(I) = 0.009 \text{ Gs}$, 而实测差值 $0.0045 \text{ Gs} < 0.009 \text{ Gs}$, 故两结果在给定读数不确定度下相容; 剩余差异可能包含读数涨落及其他未评估的系统效应。 公式推导正确 1.0 pt 两组地磁值计算正确 0.5 pt 不确定度传播关系及数值正确 1.0 pt 一致性判断正确 0.5 pt
C.3.2 3.0pt	(1) 真实总磁场 $B_{\text{total}} = \sqrt{B_{\text{res}}^2 + B_z^2}.$ 共振条件: $h\nu = g_F^{\text{true}} \mu_B B_{\text{total}} = g_F^{\text{exp}} \mu_B B_{\text{res}},$ 故 $\frac{ g_F^{\text{exp}} }{ g_F^{\text{true}} } = \frac{\sqrt{B_{\text{res}}^2 + B_z^2}}{B_{\text{res}}} = \sqrt{1 + \left(\frac{B_z}{B_{\text{res}}}\right)^2},$ 即 $g_F^{\text{exp}} = g_F^{\text{true}} \sqrt{1 + (B_z/B_{\text{res}})^2}$, 本问单点比值法忽略 B_z 会使测得的 g_F 偏大。 (2) 用第 3.1 问谷 1 的 $B_{\text{earth},\parallel} = 0.4860 \text{ Gs}$: $B_{\text{res}} = KI_+ + B_{\text{earth},\parallel} = (9.00 \text{ Gs/A})(0.104 \text{ A}) + 0.4860 \text{ Gs} = 1.422 \text{ Gs}.$ 相对误差 $\varepsilon_g = \sqrt{1 + (0.100/1.422)^2} - 1 \approx 0.00246965 \approx 0.247\%.$ Num = 3 - 2 - X; $\Delta = 0 - 0.001 - 0.003$ 使用二次近似 $\varepsilon_g \approx \frac{1}{2}(B_z/B_{\text{res}})^2$ 亦得 0.247%。 由 $\varepsilon_g < 5 \times 10^{-4}$ 可得 $ B_z < B_{\text{res}} \sqrt{(1 + 5 \times 10^{-4})^2 - 1}.$ 取 $B_{\text{res}} = 1.422 \text{ Gs}$, 上界约为 0.0449732 Gs, 保留三位有效数字为 0.0450 Gs。 Num = 3 - 2 - X; $\Delta = 0 - 0.0001 - 0.0003$ g_F^{exp} 与 g_F^{true} 关系式推导正确 1.0 pt 相对误差 0.247% 正确 1.0 pt B_z 上界约 0.0450 Gs 正确 1.0 pt

C.4 11.0pt	(1) 由 $h\nu = g_F \mu_B(KI_+ + B_{\text{earth},\parallel})$ 解出： $I_+ = a\nu + b, \quad a = \frac{h}{ g_F \mu_B K}, \quad b = -\frac{B_{\text{earth},\parallel}}{K}.$ 这里各符号均为带单位的物理量；a 可用 A/Hz 或 A/MHz 表示，b 的单位为 A。a 由 g_F 决定，b 由地磁场水平分量决定。 (2) 谷 1 正向拟合。 $\bar{\nu} = 0.800 \text{ MHz}, \quad \bar{I}_1 = 0.0734 \text{ A}, \quad S_{\nu\nu} = \sum (\nu_i - \bar{\nu})^2 = 0.4000 \text{ MHz}^2,$ $S_{\nu I}^{(1)} = \sum (\nu_i - \bar{\nu})(I_{1i} - \bar{I}_1) = 0.06360 \text{ A} \cdot \text{MHz},$ $a_1 = \frac{0.06360 \text{ A} \cdot \text{MHz}}{0.4000 \text{ MHz}^2} = 0.1590 \text{ A/MHz},$ $b_1 = 0.0734 \text{ A} - (0.1590 \text{ A/MHz})(0.800 \text{ MHz}) = -0.0538 \text{ A}.$ 斜率 (A/MHz): Num = 4 - 3 - X; $\Delta = 0 - 0.0001 - 0.0003$ 截距 (A): Num = 3 - 2 - X; $\Delta = 0 - 0.0001 - 0.0003$ 谷 2 正向拟合。 $\bar{I}_2 = 0.1366 \text{ A}, \quad S_{\nu I}^{(2)} = \sum (\nu_i - \bar{\nu})(I_{2i} - \bar{I}_2) = 0.0952 \text{ A} \cdot \text{MHz},$ $a_2 = \frac{0.0952 \text{ A} \cdot \text{MHz}}{0.4000 \text{ MHz}^2} = 0.2380 \text{ A/MHz},$ $b_2 = 0.1366 \text{ A} - (0.2380 \text{ A/MHz})(0.800 \text{ MHz}) = -0.0538 \text{ A}.$ 斜率 (A/MHz): Num = 4 - 3 - X; $\Delta = 0 - 0.0001 - 0.0003$ 截距 (A): Num = 3 - 2 - X; $\Delta = 0 - 0.0001 - 0.0003$ 线性化与 a, b 含义正确 1.0 pt 谷 1 拟合主要计算过程正确 0.5 pt 谷 1 斜率正确 0.5 pt 谷 1 截距正确 0.5 pt 谷 2 拟合主要计算过程正确 0.5 pt 谷 2 斜率正确 0.5 pt 谷 2 截距正确 0.5 pt
C.4.2 2.0pt	(1) 由斜率求 g_F。由正向线性关系 $I_+ = a'\nu + b$ 可知 $a' = \frac{h}{ g_F \mu_B K}, \quad h \Delta\nu = g_F \mu_B K \Delta I_+,$ 其中 a' 以 A/Hz 为单位。因此 $g_F = h/(\mu_B K a')$。将斜率换算为以 A/Hz 为单位： $a'_1 = 0.1590 \text{ A/MHz} = 1.590 \times 10^{-7} \text{ A/Hz}$ ($a'_2 = 2.380 \times 10^{-7} \text{ A/Hz}$)，代入得 $ g_F _1 = \frac{h}{\mu_B K a'_1} = \frac{6.62607015 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{(1.590 \times 10^{-7} \text{ A/Hz})(9.274010078 \times 10^{-24} \text{ J/T})(9.00 \times 10^{-4} \text{ T/A})} \approx 0.4993,$ $ g_F _2 = \frac{h}{\mu_B K a'_2} = \frac{6.62607015 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{(2.380 \times 10^{-7} \text{ A/Hz})(9.274010078 \times 10^{-24} \text{ J/T})(9.00 \times 10^{-4} \text{ T/A})} \approx 0.3336$ Num = 4 - 3 - X; $\Delta = 0 - 0.0001 - 0.0003$. (2) 在相同 ν 下 $B_{\text{res}} = h\nu/(g_F \mu_B) \propto 1/ g_F$，扫场由小到大时 g_F 大者先共振。$g_F _1 > g_F _2$，故谷 1 对应 ^{87}Rb（其 $F = 1, 2$ 谱线低场下未分辨，理论 $g_F \approx 0.4998 - 0.5018$），谷 2 对应 ^{85}Rb（其 $F = 2, 3$ 谱线低场下未分辨，理论 $g_F \approx 0.3335 - 0.3341$）。两个有效因子分别接近 1/2 和 1/3，与同位素指认相符；不能据此判定未评估的系统误差来源。

	由 $g_F \propto 1/a$: $\frac{ g_F^{87} }{ g_F^{85} } = \frac{a_2}{a_1} = \frac{0.2380}{0.1590} \approx 1.497 \quad \text{Num} = 4 - 3 - X; \Delta = 0 - 0.001 - 0.003 .$ 由第 1.1 问完整公式, $0.499836/0.334064 \approx 1.496$, $0.501827/0.333477 \approx 1.505$, 实验比值 1.497 恰在该范围内, 支持上述同位素指认; 这不表示已分辨出各超精细能级的独立共振线。 两个 g_F 数值正确 1.0 pt 谷 1、谷 2 同位素指认及依据正确 0.5 pt 比值 1.497 及与理论比较正确 0.5 pt
C.4.3 5.0pt	(1) 反向时 $B_{\text{res}} = KI_- - B_{\text{earth},\parallel}$, 线性关系为 $I_- = \frac{h}{ g_F \mu_B K} \nu + \frac{B_{\text{earth},\parallel}}{K},$ 故理论上斜率与正向相同, 截距等值反号。正反向斜率及截距关系正确 0.5 pt 对反向数据拟合得: $a_1^{(r)} = 0.1590 \text{ A/MHz}, \quad a_2^{(r)} = 0.2380 \text{ A/MHz}.$ Num = 4 - 3 - X; $\Delta = 0 - 0.0001 - 0.0003$ $b_1^{(r)} = +0.0542 \text{ A}, \quad b_2^{(r)} = +0.0538 \text{ A} \quad \text{Num} = 3 - 2 - X; \Delta = 0 - 0.0001 - 0.0003 .$ 谷 1 反向拟合结果正确 0.5 pt 谷 2 反向拟合结果正确 0.5 pt (2) 正向 $B_{\text{earth},\parallel} = -bK$, 反向 $B_{\text{earth},\parallel} = +bK$。四个截距给出的地磁值: 0.4842, 0.4842, 0.4878, 0.4842 Gs Num = 4 - 3 - X; $\Delta = 0 - 0.0001 - 0.0003$, 四个地磁值正确 0.5 pt 记四个地磁估计为 B_k, 其平均值与样本标准差为 $\bar{B} = \frac{1}{4} \sum_{k=1}^4 B_k = 0.4851 \text{ Gs} \quad \text{Num} = 4 - 3 - X; \Delta = 0 - 0.0001 - 0.0003 ,$ $s = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^4 (B_k - \bar{B})^2}{3}} = 0.0018 \text{ Gs} \quad \text{Num} = 2 - -X; \Delta = 0 - 0.0001 - 0.0003 .$ 平均值正确 0.5 pt 样本标准差正确 0.5 pt 将拟合截距写成各电流读数的线性组合: $b = \bar{I} - \bar{\nu} \frac{\sum_i (\nu_i - \bar{\nu}) I_i}{S_{\nu\nu}} = \sum_i \left[\frac{1}{5} - \frac{\bar{\nu}(\nu_i - \bar{\nu})}{S_{\nu\nu}} \right] I_i.$ 按题设各电流读数独立且 $u(I) = 0.001 \text{ A}$, 利用 $\sum_i (\nu_i - \bar{\nu}) = 0$, 传播得每组拟合截距的标准不确定度 $u(b) = u(I) \sqrt{\frac{1}{5} + \frac{\bar{\nu}^2}{S_{\nu\nu}}} \approx 0.0013 \text{ A}.$ Num = 2 - -X; $\Delta = 0 - 0.0001 - 0.0003$ 截距标准不确定度的推导与数值正确 1.0 pt 四个截距平均后, $u(\bar{B}) = Ku(b)/2 \approx 0.0060 \text{ Gs}$ Num = 2 - -X; $\Delta = 0 - 0.0001 - 0.0003$, 故可报告为 $B_{\text{earth},\parallel} = (0.4851 \pm 0.0060) \text{ Gs}$ (未计 K 的标定不确定度)。 平均值的标准不确定度正确 0.5 pt

		样本标准差 $s = 0.0018\text{Gs}$ 描述离散程度，不等于 $u(\overline{B})$。四个独立截距平均得 $u(\overline{B}) = 0.0060\text{Gs}$，小于任一共振谷单点法的 0.0064Gs，故截距平均略优；多频拟合还可检验线性关系。 两种指定估计量的标准不确定度比较及理由正确 0.5 pt
--	--	---

