

第 32 届 CPHOS 物理竞赛联考（决赛模拟赛） 实验试题

本文件于 2026 年 10 月 9 日 12:00 发布，最后更新于 2026 年 9 月 21 日 21:02。

CPHOS 物理竞赛联考是开放性公益性的考试，有意向参与的教师和学生可以关注“CPHOS”微信公众号进行报名，报名后方可参与联考。请使用“CPHOS 物理竞赛联考”微信小程序完成答题卡上传、阅卷、成绩查询等操作。

答题卡上传		阅卷	
2026/10/9 16:00 - 2026/10/13 10:00		2026/10/13 12:00 - 2026/10/15 18:00	
非正式成绩	成绩申诉		正式成绩
2026/10/16 20:00	2026/10/16 20:00 - 2026/10/17 18:00		2026/10/17 22:00

考生须知

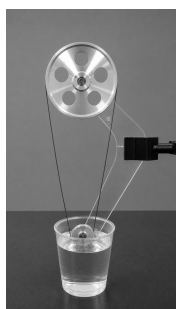
1. 实验试题共 **13** 页，实验答题卡共 **8** 页，答题时间 **60** 分钟，试题满分 **80** 分。
2. 请在答题卡的指定答题区域内答题，试题和草稿纸上的内容将不会作为评分参考，不可申请答题卡加页。
3. 若发现试题存在问题，请向领队（教练）反映，由其转达至相关微信群聊。
4. 试题答案及相关分析均会在官方网站 www.cphos.cn 上发布。
5. 本次考试定位难度为决赛。

A. 镍钛合金丝热机的测量、建模与效率（25 分）

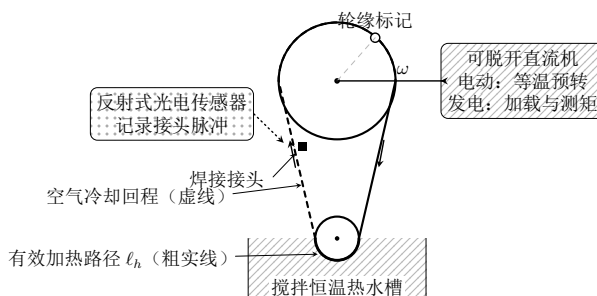
本题以 σ 表示标准不确定度。除另有说明外，不确定度首位非零数字为 1 或 2 时保留两位有效数字，其余保留一位；与不确定度配套报告的测量值末位与其对齐，其余计算结果保留三位有效数字。后续计算保留中间位数，拟合使用全部给定数据。

镍钛合金丝在低温时较易弯曲，受热后趋向恢复定形时的形状。图1所示热机采用闭合丝环，丝的记形形状近似为直线，丝径 $d = 0.470 \text{ mm}$ ，环长 $L = 0.570 \text{ m}$ 。丝在恒温热水中的小轮处受热，在空气中的大轮处冷却；两处弯曲响应不同，可驱动滑轮转动并克服机械阻力。

大轮的有效半径（量至丝的中心线）为 $R_b = 43.57 \text{ mm}$ 。固定手机以 120 frame s^{-1} 拍摄轮缘标记，时间按实际帧率计算。丝环的唯一焊接接头经过光电头时产生脉冲，用于独立测量丝速。轴端直流发电机接可调电阻作负载，其外壳上的力矩臂压在静止的力传感器上测反力矩。



(a) 热机主体外观



(b) 测速、加载与测矩

图 1: 镍钛合金丝热机实验装置

1. 轮速、丝速与不确定度（6 分）

对轮缘标记的轨迹作圆拟合，确定轮心，再计算随转动连续增加的展开角。录像共 81 帧，表1每隔 20 帧列出一个数据点。忽略帧序号和帧率的不确定度。

表 1: 大轮标记点的展开角

画面序号 n	0	20	40	60	80
θ/rad	0.120	5.769	11.424	17.075	22.722

用恒速电机检验同一套测速装置，重复记录 20 次后，取局部角速度相对拟合轮速的最大偏差不超过 0.50% 作为稳态判据。

A.1.1 录像稳态判据的检验。（2 分）

令 $n = 0, t = 0$ ，用全部数据对 $\theta = \theta_0 + \bar{\omega}_v t$ 作最小二乘拟合，求 $\bar{\omega}_v$ ；用 $n = 20, 60$ 的数据作中心差分，求 $n = 40$ 时的角速度。已知全部中间点的局部角速度相对拟合轮速的最大偏差为 0.0354%，判断这段录像是否满足稳态判据。

以下为正式测量，所用录像与前问不同。在热水温度 $T_h = 70.0^\circ\text{C}$ 、外负载固定时，独立测量六次，结果见表2。其中 b_i 为第 i 次录像中按 $\omega(t) = a_i + b_i t$ 拟合得到的角速度漂移率。预实验另规定 $|b_i| \leq 0.050 \text{ rad s}^{-2}$ ，不满足此条件的记录不参加平均。

表 2: 70.0°C 下六次独立测量

实验序号 i	1	2	3	4	5	6
$\bar{\omega}_i/(\text{rad s}^{-1})$	30.8	31.1	34.1	30.9	30.7	31.0
$b_i/(\text{rad s}^{-2})$	0.01	-0.02	0.42	0.00	-0.01	0.02

A.1.2 平均轮速及其 A 类不确定度。（2 分）

计算平均轮速 $\bar{\omega}$ 及其 A 类标准不确定度 $\sigma_A(\bar{\omega})$ ，并写出轮速的测量结果。

保持上述负载和温度，记录接头连续五次通过光电头的时刻，见表3。相邻两次脉冲之间，丝环恰好运行一周。利用首、末时刻之间的总路程和总时间求丝速 v_{wire} 。定义速度比 q_v 为丝速与大轮轮缘线速度之比，已知 $\sigma_{q_v} = 0.00248$ 。若 $|q_v - 1| \leq 2\sigma_{q_v}$ ，则认为在本测量精度内未检出平均相对滑动。由于 q_v 与 1 极为接近（相对滑动判据的分辨力依赖比值本身），判断是否存在相对滑动需要比通常更多的有效位数，故 q_v 允许保留三至五位有效数字，判别须使用舍入前的数值。

表 3: 焊接接头连续通过光电头的时刻

脉冲序号 k	0	1	2	3	4
t_k/s	0.000	0.423	0.847	1.270	1.694

A.1.3 丝速、速度比与相对滑动判断。（2 分）

取前问的 $\bar{\omega}$ ，求 v_{wire} 和 q_v ，判断丝与大轮之间是否有可分辨的平均相对滑动。

2. 反力矩、负载功率与不确定度（7 分）

运行测量取 A.1.2、A.1.3 的同一稳态工况，轮速取 A.1.2 的 $\bar{\omega}$ 。热机输出轴通过可脱开的联轴器驱动一台永磁直流发电机式吸收测功机（下称测功机）的转子。测功机的机壳-定子组件由与转轴同轴的低摩擦支承托住，只能绕轴线作微小转动，并由力矩臂和静止的力传感器限制。接入可调电阻 R_L 后，发电机中的电流使转子受到与转动方向相反的电磁阻力矩，机壳-定子组件同时受到等大、反向的力矩；测出这一反力矩，即可得到热机克服的外负载力矩。稳态时，该力矩与轴系基线损耗力矩共同平衡热机的驱动力矩；调节 R_L 可改变负载，结合轮速还可求出负载功率。图2为沿轴方向观察的端面示意，轴线垂直图面。切换状态时保留同一套传感器和读出装置。

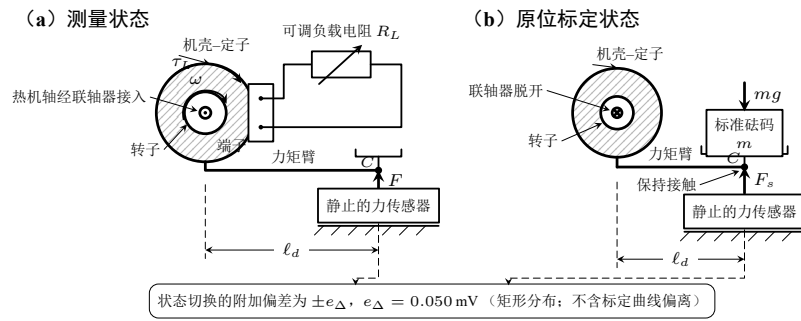


图 2: 永磁直流发电机式测功机的运行测量与原位标定

在力矩臂的 C 点固定轻托盘，逐次放上、取下砝码，部分读数见表 4。托盘两态均保留，其质量忽略。标定前已将外壳与力矩臂的自重影响扣零，忽略支承与引线的附加力矩。图中 F, F_s 为传感器对力矩臂的支持力。同一标准力矩的标定读数取双向平均值，以第一点和最后一点确定 $U_{\text{line}} = U_0 + K\tau_s$ 。

表 4: 反力矩组件的标定读数

$\tau_s / (\text{mN} \cdot \text{m})$	0	0.500	1.250
$U_{\uparrow} / \text{mV}$	5.9	45.7	105.6
$U_{\downarrow} / \text{mV}$	6.1	46.1	106.4

A.2.1 两种状态的力矩平衡与标定系数。（2 分）

写出两种状态下外壳及力矩臂的力矩平衡关系，求 U_0, K 。说明切换状态时为什么应保持作用点、力臂和读出设置不变。

恢复测量状态后，每次分别从较小、较大负载调回同一目标工况，待稳定后各读数一次，以平均值记为 U_i 。六次独立成对测量得到

$$U_i / \text{mV} = 52.8, 53.1, 53.0, 53.2, 52.9, 53.0.$$

这六个均值的 A 类标准不确定度为 $\sigma_A(\bar{U}) = 0.0577 \text{ mV}$ 。成对平均已消除回程偏差。标定曲线的最大偏离为 $\pm r$ ，其中 $r = 0.10 \text{ mV}$ ；状态切换的附加偏差为图中的 $\pm e_{\Delta}$ 。两者均按矩形分布，并与 A 类分量相互独立。

将三项合成为 σ_{read} 。本题把 U_0, K 作为校准值，忽略砝码和力臂的不确定度，取

$$\tau_L = \frac{\bar{U} - U_0}{K}, \quad \sigma_{\tau_L} = \frac{\sigma_{\text{read}}}{K}.$$

A.2.2 读数不确定度与负载力矩。（3 分）

求 $\bar{U}$ 、两项 B 类标准不确定度和 σ_{read} ，给出 τ_L 及其标准不确定度。按表中回程偏差的方向判断：若只保留从较小负载趋近时的读数，仍用平均标定曲线换算，力矩结果偏大还是偏小？说明理由。

独立标定时，脱开发电机，对热机轴系作低温滑行实验，得到基线损耗力矩

$$\tau_f = A + B\omega, \quad A = 0.151 \text{ mN} \cdot \text{m}, \quad B = 24.0 \mu\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}.$$

已验证该损耗模型适用于当前温度与负载，由低温滑行迁移到热态的残差已计入所给不确定度。已评定当前工况的 $\sigma_{\tau_f} = 0.0112 \text{ mN} \cdot \text{m}$ 。稳态时取

$$\tau_d = \tau_f + \tau_L, \quad \sigma_{\tau_d} = \sqrt{\sigma_{\tau_f}^2 + \sigma_{\tau_L}^2}.$$

A.2.3 负载功率与驱动力矩。（2 分）

求负载功率 $P_L = \tau_L \bar{\omega}$ 、基线损耗力矩 τ_f ，以及有效驱动力矩 τ_d 和标准不确定度 σ_{τ_d} 。

3. 弯曲模型、模量差反演与检验（8 分）

下面用弯曲模型解释测得的驱动力矩。热端小滑轮的有效半径为 $R_s = 16.02 \text{ mm}$ 。将低温和高温下的工作状态分别记为 M 态和 A 态, 相应的等效弯曲模量为 E_M, E_A , 模量差为 $\Delta E = E_A - E_M$ 。这里的模量由本题实验条件定义, 会受温度、应力和处理历史影响。

模型中忽略丝与轮缘的平均相对滑动。A.1.3 的测量用于检验这一近似; 即使未检出滑动, 接触处仍可传递切向力的静摩擦。为便于计算, 设丝在小轮上由 M 态变为 A 态, 在大轮上由 A 态变为 M 态。

合金丝的截面二次矩为 $I = \pi d^4 / 64$ 。小变形纯弯曲时, 距中性轴 y 处的应变为 y/R , 应力为 Ey/R 。本题采用如下简化模型: 对滑轮上的细丝微元作受力平衡, 设模量变化 dE 对切向力的贡献为

$$dF_\tau = \frac{I}{R^2} dE,$$

本式作为该模型的基本关系直接给出, 以下直接引用即可, 不需另行推导。式中 R 为该处的弯曲半径, 切向力以驱动大轮转动的方向为正; 直线丝段可取 $R \rightarrow \infty$ 。

A.3.1 弯矩与净驱动力矩。(2 分)

根据截面上的应力分布以及力、力矩平衡, 证明弯矩 $M = EI/R$ 。再分别计算丝在两轮上变温时的切向力贡献, 求净驱动力 F_d 及其对大轮轴的力矩 τ_d 。

令几何因子

$$G = R_b I \left(\frac{1}{R_s^2} - \frac{1}{R_b^2} \right).$$

几何量已算得

$$I = 2.3953 \times 10^{-15} \text{ m}^4, \quad G = 3.5168 \times 10^{-13} \text{ m}^3, \quad \sigma_G/G = 1.50\%.$$

A.3.2 动态模量差及其不确定度。(2 分)

用 A.2.3 的 τ_d 求运行状态下的模量差 ΔE_{dyn} 。将 G 与 τ_d 的不确定度视为独立, 写出传播关系, 求 $\sigma_{\Delta E, \text{dyn}}$, 并用“测量值 $\pm$ 不确定度”表示结果。

另取同批、同处理的直丝做悬臂弯曲实验。悬臂长 $\ell = 50.00 \text{ mm}$, 自由端受横向力 F , 挠度满足

$$\delta = \delta_0 + \frac{F\ell^3}{3EI}.$$

两种温态均按 $\delta = \delta_0 + sF$ 作带截距拟合, 斜率已求得

$$s_M = 0.6200 \text{ mm mN}^{-1}, \quad s_A = 0.5388 \text{ mm mN}^{-1}.$$

A.3.3 弯曲模量差与截距的影响。(2 分)

写出由斜率求模量差 ΔE_{bend} 的关系式并计算。若位移传感器存在固定的零点示值偏差, 带截距拟合所得的模量是否受影响? 说明理由。

弯曲实验各项不确定度合成后, 得 $\sigma_{\Delta E, \text{bend}} = 0.090 \text{ GPa}$ 。两种方法的测量结果相互独立 (两套实验的丝径与几何量分别独立测定, 共同几何误差可忽略); 若两结果之差不超过该差值标准不确定度的两倍, 则认为结果相容。

A.3.4 两结果的一致性与模型结论。(2 分)

写出两结果之差的标准不确定度, 并据此判断 ΔE_{dyn} 与 ΔE_{bend} 是否相容。用一句话说明这一比较能支持怎样的结论, 再判断: 若基线损耗力矩被低估, 反演模量差将偏大还是偏小。

4. 材料热流模型与量热效率 (4 分)

最后估算热机效率, 输出功率取 A.2.3 的 P_L 。以下所称效率均指轴端负载获得的机械功率与热输入之比, 不含制备热水、循环泵与控制器等能耗。先用一个简化模型: 丝环每转一周, 每段丝都在 $T_M = 25.0^\circ\text{C}$ 的 M 态和 $T_A = 70.0^\circ\text{C}$ 的 A 态之间完成一次冷热循环。已知合金丝线密度 $\lambda = 1.11904 \text{ g m}^{-1}$, 比热容 $c = 0.450 \text{ J g}^{-1}\text{K}^{-1}$, 单位质量相变潜热的估计范围为 $22.0 \leq \Lambda \leq 26.0 \text{ J g}^{-1}$, 中心值取 24.0 J g^{-1} 。

A.4.1 模型热输入与效率。(2 分)

用 A.1.3 的丝速求质量流率 $\dot{m}_w$ (每秒进入热区的丝质量)。取 $\Lambda = 24.0 \text{ J g}^{-1}$, 写出模型热输入功率 $\dot{Q}_{\text{mod}}$ 的表达式, 求 $\dot{Q}_{\text{mod}}$ 和效率 η_{mod} ; 再由 Λ 的给定范围求效率的范围。

再用流动量热法测量热输入。先测热机运行时热水流经水槽的温降，再移去合金丝做空白实验。两次实验的热水质量流率、入口温度、管路、环境和采样时段均相同；系统处于周期稳态，加热与辅助功率已单独扣除或两态相同，背景散热对温度分布变化的修正已完成，无显著携水与蒸发。测得

$$\dot{m}_h = 10.00 \text{ g s}^{-1}, \quad \Delta T_{\text{run}} = 1.680 \text{ K}, \quad \Delta T_{\text{blank}} = 0.085 \text{ K}, \quad c_w = 4.18 \text{ J g}^{-1} \text{ K}^{-1},$$

其中 $\Delta T = T_{\text{in}} - T_{\text{out}}$ 。

A.4.2 量热法热输入与效率。（2 分）

求扣除空白值后的热输入功率 $\dot{Q}_{\text{cal}}$ 和效率 η_{cal} ，判断它是否落在前问所得的效率范围内。说明扣除空白值的作用。

B. 化工热力学实验综合（30 分）

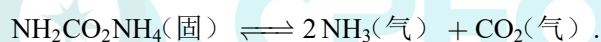
化工热力学是化学工程的理论基石。它从热力学第一、第二定律出发，研究能量转换、相平衡与化学平衡，为化学反应与分离过程提供定量依据。本题以两个化工实验为核心，透过压力、温度和组成的变化，揭示热力学函数间的内在联系，感受理论对工程实践的深刻指导。

本题研究气-固分解平衡和溶液凝固点降低。取 $R = 8.314 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$ ， $T/\text{K} = t/^{\circ}\text{C} + 273.15$ 。拟合必须使用由原始数据计算得到、尚未舍入的数值；表格只作结果展示。

1. 氨基甲酸铵分解平衡常数的测定与研究（18 分）

在恒温密闭容器中，固体氨基甲酸铵分解生成氨和二氧化碳。当反应达到平衡且仍有固体存在时，分解气体的平衡分压由温度决定。实验用压力传感器读取参比侧压力，并通过等位计比较参比侧与样品侧压力。

氨基甲酸铵的分解反应为



计算时将气体视为理想气体，假设反应前容器内无分解产物，并忽略封液的蒸气压及吸收作用；讨论残留空气时再计入其分压。标准压力 $P^{\ominus} = 100 \text{ kPa}$ 。

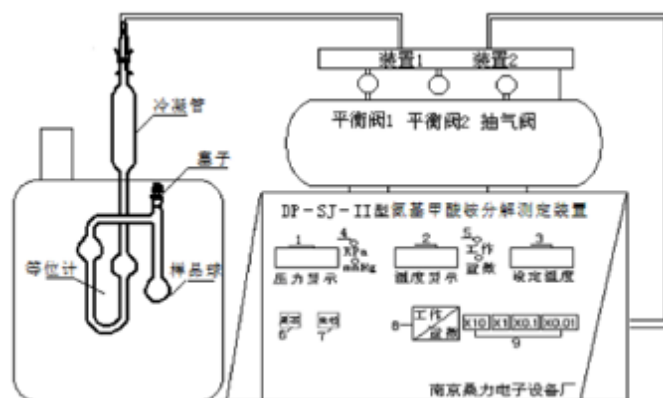


图 1: 氨基甲酸铵分解平衡常数测定装置示意图

原理推导

B.1.1 标准平衡常数的表达式。（1 分）

设平衡总压为 P ，证明反应的标准平衡常数

$$K^{\ominus} = \frac{4}{27} \left(\frac{P}{P^{\ominus}} \right)^3 .$$

若残留不参与反应的空气，其平衡分压为 p_a ，总压仍记为 P ，上式中的 P 应如何修正？

B.1.2 范特霍夫方程的推导。(1 分)

可用 $G = H - TS$ 、 $dG = -SdT + Vdp$ 和 $\Delta_r G_m^\ominus = -RT \ln K^\ominus$ ，在标准压力固定时推导

$$\left(\frac{d \ln K^\ominus}{dT} \right)_p = \frac{\Delta_r H_m^\ominus}{RT^2}.$$

B.1.3 由 $K^\ominus$ 求反应热力学函数。(1 分)

在 $\Delta_r H_m^\ominus$ 近似为常量时，写出由 $K^\ominus(T)$ 求焓、吉布斯自由能和熵的关系。若全部分解压被同一比例因子 $a_p > 0$ 放大，证明直线拟合得到的焓、熵分别怎样改变。

数据处理

实验测得不同温度下大气压 P_{atm} 和压力传感器示数 ΔP 如表 1 所示。已知体系压力 $P = P_{\text{atm}} + \Delta P$ 。

表 1: 不同温度下氨基甲酸铵的分解压数据

序号	$t/^\circ\text{C}$	$P_{\text{atm}}/\text{kPa}$	$\Delta P/\text{kPa}$	P/kPa	$K^\ominus \times 10^3$	$\lg K^\ominus$	
1	35	100.14	-81.01				
2	36	100.31	-75.23				
3	37	100.31	-71.37				
4	38	100.31	-68.68				
5	39	100.31	-66.56				
6	40	100.47	-63.08				

B.1.4 分解压数据的填表。(3 分)

填表，最后一列选择使范特霍夫关系线性化的无量纲横坐标 $x = 10^3 \text{ K}/T$ 。 P 保留两位小数， $K^\ominus \times 10^3$ 保留四位有效数字， $\lg K^\ominus$ 和 x 保留四位小数。

B.1.5 线性拟合与反应热力学函数。(6 分)

令 $y = \lg K^\ominus$ ，用全部六点等权拟合 $y = kx + b$ 并作图，求 $\Delta H_{\text{fit}} = -(10^3 \text{ K})R \ln 10 k$ 和 $\Delta S_{\text{fit}} = R \ln 10 b$ 。再逐点由 $\Delta G_i = -RT_i \ln K_i^\ominus$ 、 $\Delta S_i = (\Delta H_{\text{fit}} - \Delta G_i)/T_i$ 填表。最后求拟合焓的残差标准不确定度，并说明它是否已完整计入未知系统误差。设 r 为 x 、 y 的线性相关系数，可用

$$\sigma_k = |k| \sqrt{\frac{1/r^2 - 1}{n - 2}}, \quad n = 6.$$

该不确定度按横坐标准确、纵坐标误差独立等方差估计。系数保留五位有效数字；热力学表格保留五位有效数字，带不确定度的最终结果应舍入到与不确定度末位相同的数位。

现象解读**B.1.6 固体用量对分解压的影响。(1 分)**

一定温度下，氨基甲酸铵的用量对分解压的影响是 ()。另设 40.0°C 的平衡分解压为 37.39 kPa ，初始无气体、有效容积 $V = 0.500 \text{ L}$ ，固体摩尔质量 $M_s = 78.07 \text{ g/mol}$ 。求全部分解后恰能达到该压力的临界质量 m_{crit} ，并说明何时能保证平衡后仍有固体。

- A. 用量越多，分解压越大
- B. 无影响，只要体系中有足量固体存在
- C. 用量越少，分解压越大
- D. 无法确定，与容器体积有关

B.1.7 等位计工作介质的选择。(1 分)

从封液蒸气压和对分解气体的吸收两方面说明选用合适硅油等封液而不用水的原因。使用水时为何不能仍把测得总压直接套入 B.1.1 的无空气公式？

B.1.8 平衡阀操作与液面平齐。(2 分)

放气应调节参比侧还是样品侧？设参比侧压力 $P_r = P_{\text{atm}} + \Delta P$ ，样品侧液面比参比侧高 h ，封液密度为 ρ_o ；忽略毛细压差，写出样品总压 P_s 。说明液面平齐与达到化学平衡的区别。若液面持续漂移，能否唯一认定有残留空气？应检查什么？

B.1.9 异常数据的成因与影响。(2 分)

有人把 35 °C 的低压读数归因于残留空气。按本题理想气体模型判断此解释的偏差方向是否正确,并说明仅凭六个数值能否确定异常原因。另假设只有该点的 y 比表中数值再减小 0.010,其余点不变;用同样方法重新拟合并比较新旧 k 、 b ,判断 ΔH_{fit} 、 ΔS_{fit} 的变化方向。

2. 凝固点降低法测定摩尔质量 (12 分)

以环己烷为溶剂 A 、萘为溶质 B 。假定析出的固相为纯溶剂,溶质不挥发、不缔合。先推导理想稀溶液的结果,再讨论有限浓度修正。真实摩尔质量记为 M_0 ;直接用一次温降代入稀溶液公式所得值记为 M_{app} ,二者不预先等同。

原理推导**B.2.1 稀溶液凝固点降低积分公式。(1 分)**

理想溶液中 $\mu_A^l = \mu_A^{l,*} + RT \ln x_A$, 固液平衡时 $\mu_A^l = \mu_A^{s,*}$ 。利用 B.1.2 中的吉布斯-亥姆霍兹关系,在纯溶剂摩尔熔化焓视为常量时证明

$$\ln x_A = \frac{\Delta_{s \rightarrow l} H_{m,A}}{R} \left(\frac{1}{T_f^*} - \frac{1}{T_f} \right),$$

式中 x_A 是稀溶液中溶剂 A 的摩尔分数, $\Delta_{s \rightarrow l} H_{m,A}$ 是纯溶剂 A 的摩尔熔化焓, T_f^* 、 T_f 均为开尔文温度。积分边界为 $x_A = 1$ 时 $T_f = T_f^*$ 。

B.2.2 凝固点降低与质量摩尔浓度成正比。(1 分)

令 $\Delta T_f = T_f^* - T_f > 0$, m_B 以 mol/kg 表示, M_A 以 g/mol 表示。利用 $x_A = [1 + M_A m_B / 1000]^{-1}$, 先证明一阶关系,再把对数和温度倒数同时展开到二阶,求下式中的 K_f 和 α_0 :

$$\Delta T_f = K_f m_B (1 + \alpha_0 m_B) + O(m_B^3).$$

可用 $\ln(1+z) = z - z^2/2 + O(z^3)$ 、 $(1-z)^{-1} = 1 + z + z^2 + O(z^3)$ 。数值计算取 $K_f = 20.0 \text{ K kg mol}^{-1}$, $M_A = 84.16 \text{ g/mol}$ 。

B.2.3 摩尔质量的计算式。(1 分)

称得溶质 W_B 和溶剂 W_A ,二者均用 g 表示。令 $w = W_B/W_A$,由质量摩尔浓度的定义推导

$$M_{\text{app}} = \frac{10^3 K_f W_B}{\Delta T_f W_A} \quad (\text{g/mol}),$$

并说明 10^3 的单位换算来源。实际低浓度展开记为

$$\Delta T_f = K_f m_B (1 + \alpha m_B) + O(m_B^3), \quad m_B = \frac{10^3 w}{M_0}.$$

α 包含理想溶液的有限浓度项及非理想活度项;外推时只保留导致 M_{app} 随 w 变化的一阶项。

B.2.4 外推法修正的合理性。(1 分)

推导 $M_{\text{app}} = M_0 - 10^3 \alpha w + O(w^2)$,说明零浓度截距的意义。若用每组 M_{app} 反算 $m_{\text{app}} = 10^3 W_B / (M_{\text{app}} W_A)$,证明它等于 $\Delta T_f / K_f$;为何本题选用独立称量得到的 w 作横坐标?

数据处理

纯环己烷凝固点为 6.612 °C ($T_f^* = 279.762 \text{ K}$)。表2记录各组温度; W_B 为累计加入的溶质质量, W_A 为该次冷却前独立称得的剩余溶剂质量。表的末列填 $10^3 w$,不以未知摩尔质量定义横坐标。

表 2: 凝固点降低法测定萘的摩尔质量的实验数据

组号	W_A/g	W_B/g	$T_f/^\circ\text{C}$	$\Delta T_f/\text{K}$	$M_{\text{app}}/(\text{g/mol})$	$10^3 w$
0	18.699	0	6.612	—	—	—
1	17.722	0.019	6.391			
2	17.670	0.050	6.061			
3	17.662	0.080	5.922			
4	17.656	0.110	5.656			
5	17.647	0.141	5.359			
6	17.626	0.172	5.145			
7	17.598	0.200	4.838			

B.2.5 实验数据的填表。(1 分)

填表。温降保留三位小数, M_{app} 和 $10^3 w$ 保留四位有效数字; 拟合仍使用舍入前的数值。

B.2.6 萘摩尔质量的测量值与相对误差。(1 分)

本题补充独立操作记录: 第 1、2 组测温通道的校准状态发生跳变, 无法追溯修正; 此记录在计算摩尔质量前已经确认。仅用第 3–7 组, 按横坐标准确、纵坐标独立等方差近似, 等权拟合 $M_{\text{app}} = M_0 + b_w w$ 。求截距 (五位有效数字) 及其相对参考值 128.18 g/mol 的偏差 (百分数保留三位有效数字)。已算得斜率标准不确定度 $\sigma_{b_w} = 467 \text{ g/mol}$; 按 $|b_w| > 2\sigma_{b_w}$ 才视为检出浓度趋势的约定, 判断是否确已检出该趋势。

第 2 组记录在 400 s 至 415 s 附近出现图 2 所示的过冷。该图只用于讨论曲线形态, 不用来恢复第 2 组的定量凝固点。

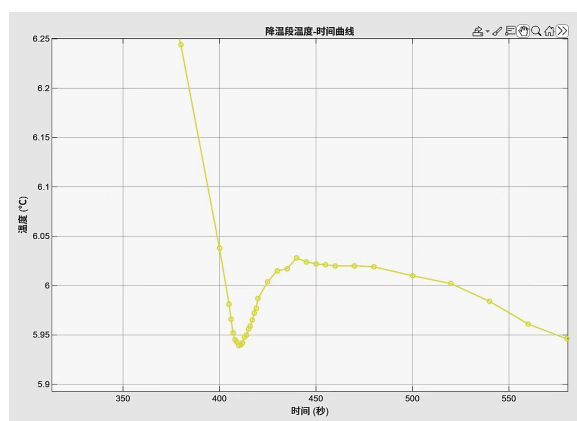


图 2: 凝固点测定中的步冷曲线

B.2.7 过冷现象的成因与平台斜率。(2 分)

说明过冷及随后温度回升的原因。设已析出的纯溶剂质量占初始溶剂质量的 f , 初始质量摩尔浓度为 m_{B0} ; 忽略挥发及溶质析出, 在剩余液相仍足够稀时求 $m_B(f)$ 和 $T_f(f)$, 解释稀溶液的凝固段为何向下倾斜, 而纯溶剂近似出现平台。

B.2.8 外推法确定凝固点。(1 分)

采用两段直线外推法估计凝固点, 应分别选取哪两段曲线? 为何不能取过冷谷底或快速回升段? 严重过冷且已析出较多溶剂时, 这一交点是否自动等于初始组成的准确平衡凝固点?

现象解读**B.2.9 空气套管的作用。(1 分)**

在缓慢搅拌条件下, 样品管与冷浴之间使用空气套管的主要作用包括 (多选, 全部选对才得分) ()。

- A. 加快样品的冷却速度, 缩短实验时间
- B. 使样品冷却更加均匀, 减小内外温差
- C. 减缓冷却速度, 给成核与温度均匀化更多时间
- D. 防止环己烷挥发, 尽可能保持溶剂质量不变
- E. 完全消除过冷, 保证凝固严格在平衡凝固点开始

B.2.10 溶剂挥发的影响与外推法的改善。(2 分)

另考虑称量后、测温前仍发生未记录的挥发: 实际溶剂质量为 $(1-f)W_A$, 计算却仍使用 W_A 。设 $f(w) = f_0 + f_1 w$ 且 $0 \leq f < 1$, 暂按理想稀溶液处理。推导 $M_{\text{app}}(w)$ 及零浓度截距, 说明哪种挥发分量不能由外推消除。能否仅用这种挥发解释前问截距高于参考值?

C. 光泵磁共振 (25 分)

光泵磁共振 (又称光泵浦磁共振) 是近代物理实验中的经典波谱学方法。它以圆偏振光的角动量选择激发破坏原子基态各 Zeeman 子能级的热平衡布居, 再用射频磁场驱动 Zeeman

跃迁，通过透射光强的变化实现对弱磁场和原子 g 因子的高灵敏度测量。本实验以碱金属铷（Rb）原子蒸气为研究对象。

铷是第 37 号元素，基态电子组态为 $5s^1$ ，基态光谱项为 $5^2S_{1/2}$ ($L = 0, S = 1/2, J = 1/2$)。天然铷主要由两种同位素组成： ^{85}Rb （丰度 72.15%，核自旋 $I = 5/2$ ）和 ^{87}Rb （丰度 27.85%，核自旋 $I = 3/2$ ）。超精细耦合使基态按总量子数 $F = |I - J|, \dots, I + J$ 分裂为两个超精细能级。

(1) Landé g 因子的完整表达式。在计及核自旋磁矩后，超精细能级的 g 因子为

$$g_F = g_J \frac{F(F+1) + J(J+1) - I(I+1)}{2F(F+1)} + g_I \frac{F(F+1) + I(I+1) - J(J+1)}{2F(F+1)}, \quad (1)$$

其中 g_J 为电子总角动量 g 因子， g_I 为核自旋 g 因子（本题采用电子玻尔磁子单位制中的表观值，已含符号）。弱磁场下一级 Zeeman 能量为 $E_{F,m_F}^{(1)} = g_F \mu_B B m_F$ 。

(2) Breit-Rabi 公式。对 $J = 1/2$ 的碱金属基态，记

$$x = \frac{(g_J - g_I) \mu_B B}{h \nu_{\text{hfs}}},$$

则精确 Zeeman 能量由 Breit-Rabi 公式给出：

$$E_{F=I \pm 1/2, m_F}(B) = E_F^{(0)} + g_I \mu_B B m_F \pm \frac{h \nu_{\text{hfs}}}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{4m_F}{2I+1} x + x^2} - 1 \right), \quad (2)$$

其中 $E_F^{(0)}$ 为相应超精细能级的零场能量，+ 号对应 $F = I + 1/2$ ，- 号对应 $F = I - 1/2$ ； ν_{hfs} 为基态超精细劈裂频率。

相关常数如下：

	^{85}Rb	^{87}Rb
I	$5/2$	$3/2$
$\nu_{\text{hfs}}/\text{MHz}$	3035.732439	6834.682611
g_I	-0.0002936400	-0.0009951414

单位换算：1 Gs = 10^{-4} T，1 MHz = 10^6 Hz。

两同位素均取 $g_J = 2.002331$ ， $\mu_B = 9.274010078 \times 10^{-24}$ J/T， $h = 6.62607015 \times 10^{-34}$ J·s。 $\Delta m_F = \pm 1$ 的射频磁偶极共振条件为

$$h\nu = |E_{F,m_F \pm 1} - E_{F,m_F}|. \quad (3)$$

(3) 光泵浦机制。 σ^+ 圆偏振 D1 光沿磁场方向入射。每个 σ^+ 光子携带 $+1\hbar$ 角动量，电偶极吸收满足 $\Delta m_F = +1$ ；激发态退激发时 $\Delta m_F = 0, \pm 1$ 均可发生。经多次“吸收—退激发”循环后，基态布居被定向抽运到 m_F 最大的子能级，样品对 D1 光的吸收显著减弱（即“光泵浦漂白”）。

实验装置如图 1 所示。铷光谱灯发出的光经干涉滤光片、偏振片和 $\lambda/4$ 波片后变为 σ^+ 光，穿过置于两对亥姆霍兹线圈中心的铷吸收泡，透射光由光电探测器接收后送示波器。水平线圈提供扫场，其线圈常数 $K = 9.00$ Gs/A；竖直线圈用于补偿地磁场竖直分量；射频线圈绕在吸收泡外围。

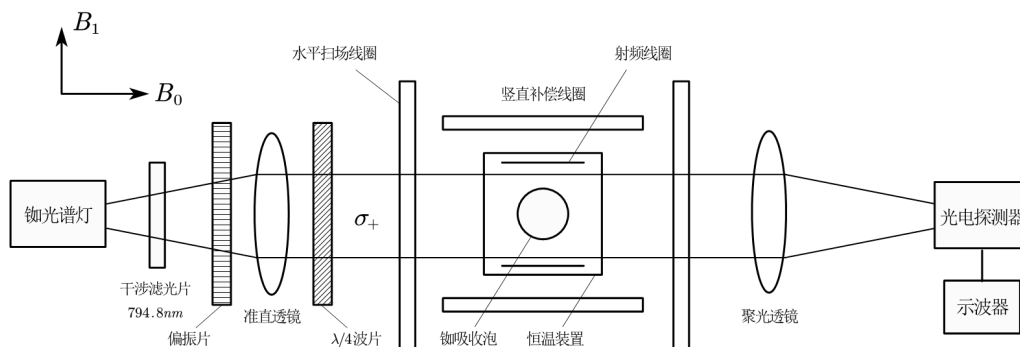


图 1: 光泵磁共振实验装置示意图

地磁场水平分量 $B_{\text{earth},\parallel}$ 与水平线圈磁场叠加。记“正向”为线圈磁场与 $B_{\text{earth},\parallel}$ 同向,“反向”为二者反向。以下 I_+ 、 I_- 均表示线圈电流的大小,并只考虑反向测量中 $KI_- > B_{\text{earth},\parallel}$ 的共振分支,则吸收泡处水平总磁场的大小分别为

$$B_+ = KI_+ + B_{\text{earth},\parallel}, \quad B_- = |KI_- - B_{\text{earth},\parallel}| = KI_- - B_{\text{earth},\parallel}.$$

固定射频频率 ν 并扫描线圈电流 I , 当总磁场满足共振条件 (3) 时, 射频场破坏光泵浦建立的非平衡布居, 样品吸收增强, 透射光电压出现共振谷。图 2 给出某次低场扫场实验中观测到的 U - B 曲线, 按磁场从小到大的顺序出现谷 1 和谷 2。

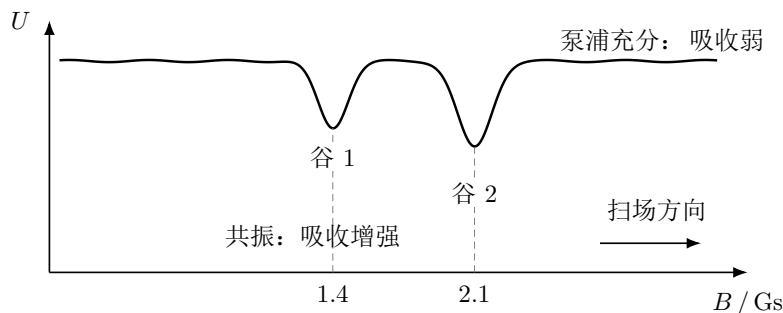


图 2: 低场扫场法观测到的两个共振谷 (纵轴仅作示意)

第 3、4 部分采用低场单一有效共振线模型, 将每个同位素的未分辨共振谷用一个有效 g 因子 (仍记为 $|g_F|$) 描述, 忽略内部谱线结构对线性拟合的影响。

1. 能级结构与 Breit-Rabi 修正 (5 分)

C.1.1 完整 g_F 因子的计算。(2 分)

- (1) 由式 (1) 计算 ^{87}Rb 的 $F = 1, 2$ 两个超精细能级和 ^{85}Rb 的 $F = 2, 3$ 两个超精细能级的 g_F 值 (保留六位有效数字)。
- (2) 若近似取 $g_J = 2$ 、 $g_I = 0$, 上述四个 $|g_F|$ 分别为多少? 计及 $g_J - 2$ 与 g_I 后, 以近似值为基准, 四个 $|g_F|$ 的相对修正量各是多少 (保留三位有效数字, 中间计算保留足够位数)? 哪个能级的相对修正的绝对值最大?

C.1.2 弱场二级近似下的跃迁频率。(2 分)

对 ^{87}Rb 的 $F = 2$ 能级 (对应式 (2) 取 + 号, $I = 3/2$), 令

$$x = \frac{(g_J - g_I)\mu_B B}{h\nu_{\text{hfs}}}.$$

已知四个 $\Delta m_F = +1$ 跃迁的共振频率记为 $\nu_{m_F \rightarrow m_F+1}^{(F=2)}$, 并定义

$$Q_0 = \frac{(g_J - g_I)^2 \mu_B^2}{4h\nu_{\text{hfs}}}.$$

弱场二级近似给出

$$\nu_{m_F \rightarrow m_F+1}^{(F=2)} \approx \frac{g_F \mu_B}{h} B - \frac{Q_0}{h} \frac{2m_F + 1}{4} B^2, \quad m_F = -2, -1, 0, 1.$$

本问统一按所给二级近似计算, 不计高阶修正。计算 Q_0/h 的数值, 以 MHz/Gs^2 为单位并保留五位有效数字; 求 $B = 20.0 \text{ Gs}$ 时四个跃迁频率及最大与最小频率之差 $\Delta\nu_{\text{spread}}$, 频率及频差均保留至 0.0001 MHz 。中间计算保留足够位数。

C.1.3 谱线能否分辨的判据。（1 分）

仍考虑 ^{87}Rb 的 $F = 2$ 能级。设实验中单条射频共振线的半高全宽为 $\Gamma = 0.10\text{ MHz}$ 。本题约定：只有当任意相邻两条共振线的中心频率间隔不小于 Γ 时，才认为四条跃迁可被逐条分辨。为解释后面的低场扫场数据，另给出：在相应共振场范围内，每种同位素两个超精细能级的相关跃迁中心频率总跨度均小于 0.010 MHz ，各条谱线的半高全宽均取上述量级。本问数值结果均保留三位有效数字。

- (1) 计算 $B = 1.00\text{ Gs}$ 时四个 $\Delta m_F = +1$ 跃迁的最大与最小频率之差。
- (2) 分别判断 $B = 1.00\text{ Gs}$ 和 $B = 20.0\text{ Gs}$ 时这四个跃迁能否被分辨；结合上述补充条件说明为什么低场数据（射频频率 $0.400\text{--}1.200\text{ MHz}$ ）中每个同位素只表现为一个共振谷，而较高磁场下可能出现多重峰。

2. 光泵浦与射频退极化的原理（3 分）**C.2.1 光泵浦选择定则与暗态（1 分）**

以静磁场方向为参考方向，用 m_F 表示原子总角动量在该方向的投影量子数。纯 σ^+ 泵浦光沿静磁场传播。设光频率调谐到允许跃迁，且从基态 $|F, m_F = F\rangle$ 不存在可由 σ^+ 光到达的激发态。下列说法正确的是：

- A. σ^+ 光的吸收过程满足 $\Delta m_F = +1$
- B. 自发辐射没有固定方向，因此反复吸收与辐射不可能改变基态各 m_F 子能级的布居
- C. $|F, m_F = F\rangle$ 是该泵浦光的暗态，原子布居会逐渐向此态积累
- D. 保持静磁场不变而将泵浦光改为 σ^- ，布居仍向 $m_F = F$ 积累

C.2.2 射频横向耦合与退极化信号（1 分）

设静磁场 $\mathbf{B}_0 = B_0 \mathbf{e}_z$ ，射频磁场 $\mathbf{B}_1 = B_1 \cos(2\pi\nu t) \mathbf{e}_x$ ，并用透射泵浦光监测磁共振。下列说法正确的是：

- A. 因 $F_x = (F_+ + F_-)/2$ ，该射频场能驱动 $\Delta m_F = \pm 1$ 跃迁
- B. 若把射频磁场改为严格平行于 $\mathbf{B}_0$ ，它将更有效地驱动相邻 m_F 子能级间跃迁
- C. 共振时射频场把暗态原子重新分配到可吸收泵浦光的子能级，可使吸收增强、透射光电压降低
- D. 不断增大 B_1 只会加深共振谷，而不会引起饱和或功率展宽

C.2.3 极化、弛豫与共振位置（1 分）

关于实际光泵磁共振实验中的原子布居、弛豫和共振位置，下列说法正确的是：

- A. 忽略光学 Zeeman 分裂造成的选择性失谐，线偏振泵浦光沿静磁场传播时，它不会使原子整体偏向 $m_F > 0$ 或 $m_F < 0$ 的一侧，但仍可能使不同 $|m_F|$ 子能级的布居数不同，从而使布居偏离热平衡
- B. 若存在垂直于泵浦光传播方向的未补偿静磁场，原子自旋方向会绕实际总磁场转动；当这种转动足够快时，沿光传播方向积累的自旋取向会减弱
- C. 反映原子自旋相位保持能力的相干时间 T_2 缩短，会使共振线变窄，因为原子来不及完成共振跃迁
- D. 弱场下固定射频频率 ν 时，由 $h\nu \simeq |g_F| \mu_B B$ 知， $|g_F|$ 较大的同位素在较小的磁场处共振
- E. 在其他条件不变时无限增大泵浦光强，总能使共振对比度持续增大且线宽保持不变

3. 磁场测量方案与竖直残余场（6 分）

第 3、4 部分除第 3.2 问外，均假定竖直磁场已完全补偿。某次实验使用天然铷样品，水平线圈常数 $K = 9.00\text{ Gs/A}$ 。在五个射频频率下，分别记录线圈磁场两种极性时两个共振谷对应的电流，数据见表 1。电流读数误差相互独立，其标准不确定度均为 $u(I) = 0.001\text{ A}$ ；忽略射频频率与线圈常数 K 的不确定度。

表 1: 不同射频频率下的共振电流测量数据 ($K = 9.00 \text{ Gs/A}$)

ν/MHz	谷 1 I/A		谷 2 I/A	
	正向 I_+	反向 I_-	正向 I_+	反向 I_-
0.400	0.011	0.119	0.041	0.148
0.600	0.040	0.148	0.089	0.198
0.800	0.074	0.182	0.138	0.244
1.000	0.104	0.212	0.183	0.292
1.200	0.138	0.246	0.232	0.339

C.3.1 线圈两种极性下消地磁。(3 分)

- (1) 由同一共振谷在线圈两种极性下的共振总磁场大小相同，推导 $B_{\text{earth},\parallel}$ 的计算公式。
- (2) 取 $\nu = 1.000 \text{ MHz}$ ，分别用谷 1 和谷 2 的正、反向电流计算 $B_{\text{earth},\parallel}$ 及其合成标准不确定度（地磁值保留四位有效数字，其合成标准不确定度保留两位有效数字）；两个结果是否一致？

C.3.2 残余竖直磁场引起的系统误差。(3 分)

若竖直线圈未调零，吸收泡处存在残余竖直磁场 $B_z = 0.100 \text{ Gs}$ ，而实验者仍按“总磁场只有水平分量 B_{res} ”处理单个共振点。

- (1) 本问采用单个共振点的比值法，定义未修正测量值为 $|g_F^{\text{exp}}| = h\nu/(\mu_B B_{\text{res}})$ 。导出 $|g_F^{\text{exp}}|$ 与真实值 $|g_F^{\text{true}}|$ 的关系式。
- (2) 以表 1 中 $\nu = 1.000 \text{ MHz}$ 时谷 1 数据给出的水平场作为估算基准，估算该单点法的相对误差；若要求误差小于 0.05%，给出 $|B_z|$ 应满足的上界（相对误差与上界均保留三位有效数字，上界数值取近似值）。

4. 最小二乘拟合与参数提取 (11 分)**C.4.1 线性化与拟合。(4 分)**

- (1) 由共振条件 $h\nu = |g_F|\mu_B B_{\text{res}}$ 和 $B_{\text{res}} = KI_+ + B_{\text{earth},\parallel}$ ，推导正向电流 I_+ 与射频频率 ν 的线性关系，并说明斜率 a 与截距 b 的物理含义。
- (2) 对表 1 中谷 1、谷 2 的正向 (I_+, ν) 数据分别作最小二乘拟合，写出斜率 a_1, a_2 (A/MHz) 和截距 b_1, b_2 (A)。要求列出主要计算代入过程，斜率保留四位有效数字，截距保留三位有效数字。

C.4.2 有效 g 因子与同位素指认。(2 分)

- (1) 由斜率 a_1, a_2 分别计算谷 1、谷 2 对应的 $|g_F|$ 值（保留四位有效数字）。
- (2) 根据 $|g_F|$ 的大小判断谷 1、谷 2 分别对应哪种同位素，说明判断依据；由两个斜率的比值给出 $|g_F^{87}|/|g_F^{85}|$ 的实验值（保留四位有效数字），并与理论预期比较。

C.4.3 反向数据的检验与地磁场拟合值。(5 分)

- (1) 对表 1 中两组反向 (I_-, ν) 数据作同样拟合。反向拟合的斜率应与正向拟合有何关系？截距呢？写出两组反向拟合得到的斜率与截距（斜率保留四位有效数字，截距保留三位有效数字）。
- (2) 由正向和反向共四个截距分别求 $B_{\text{earth},\parallel}$ ，给出其平均值、样本标准差，并按题给电流不确定度计算平均值的标准不确定度（地磁值保留四位有效数字，样本标准差与标准不确定度保留两位有效数字，中间量可多保留一位）。将该平均值的标准不确定度与第 3.1 问中任一共振谷的一对正、反向电流所得地磁值的标准不确定度比较，判断在本题给定数据和不确定度模型下哪种估计更精确，并说明理由。

版权信息

命题人

王怿睿 祝 语 周冠宇

审题人

周冠宇 余哲浩 张鑫睿

联系方式

微信公众号
CPHOS官方网站
www.cphos.cn

CPHOS 论坛

邮箱

service@cphos.cn

微信小程序

CPHOS 物理竞赛联考

