

第 18 届 CPHOS 物理竞赛联考（决赛模拟赛）

实验试题

本试题于 2023 年 9 月 29 日 09:00 发布，最后更新于 2023 年 9 月 26 日 15:42。

CPHOS 物理竞赛联考是开放性公益性的考试，有意向参与的教师和学生可以关注“CPHOS”微信公众号进行报名，报名后方可参与联考。请使用“CPHOS 物理竞赛联考”微信小程序完成答题卡上传、阅卷、成绩查询等操作。联系方式见试题末尾。

答题卡上传

2023/9/29 12:00 - 2023/10/3 18:00

阅卷

2023/10/4 08:00 - 2023/10/7 20:00

非正式成绩

2023/10/8 08:00

成绩申诉

2023/10/8 09:00 - 2023/10/8 18:00

正式成绩

2023/10/9 20:00

考生须知

1. 实验试题共 **13** 页，实验答题卡共 **2** 页，答题时间 **60** 分钟，试题满分 **80** 分。
2. 请在答题卡的指定答题区域内答题，试题和草稿纸上的内容将不会作为评分参考，不可申请答题卡加页。
3. 若发现试题存在问题，请向领队（教练）反映，由其转达至相关微信群聊。
4. 试题答案及相关分析均会在官方网站 www.cphos.cn 上发布。

CPHOS

A. 摩擦系数（10 分）

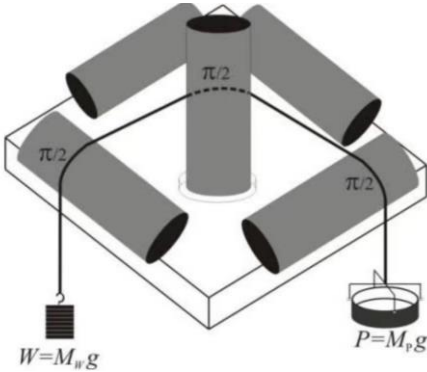
由于摩擦力的作用，绕过一个圆柱或梁的细绳两端张力会不同。要悬住细绳一端的物体，另一端需要施加的力可以比物体的重力小，随着细绳在梁上缠绕圈数的增多，另一端需要加的最小力会以很快的速度下降。正是基于此，水手通过将缆绳在码头的木桩上绕很多圈来固定船只。本题利用这样的原理，测量细绳与圆柱钢管间的摩擦系数，并通过一个简单的设计实验，简要讨论动静摩擦的区别。

实验仪器：装在木架上的钢管、塑料秤盘（砝码盘）、砝码盒（内有不同规格的砝码）、带挂钩的砝码串（每一件质量均为 100 克，总质量 800 克）、两种材质的细绳各一根、一个未知质量的重物。

实验目的：测量细绳与钢管间的摩擦系数、重物的质量。



图a.1 实验装置实物图



图a.2 实验装置示意图

实验装置如上图所示，负载质量 $M_W = 800.0\text{ g}$ ，砝码盘质量 $M_{pan} = 28.7\text{ g}$ ，砝码盘与其中砝码总质量为 M_P ，缠绕角记为 θ （细绳与一个或多个梁柱接触部分对各轴心所张角之和）。对于不同的缠绕角，测得能使系统保持静止所需最少的砝码质量 M_P' 如下表。

表a.1 砝码质量和缠绕角的关系

次数	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\theta(\text{rad})$	π	1.5π	2π	2.5π	3π	3.5π	4π	4.5π	5π
$M_P'(\text{g})$	481.0	368.0	278.5	206.0	148.0	99.0	76.0	43.5	14.5

A.1（3 分）

请据此求出细绳与钢管间的摩擦系数 μ 。

A.2（4 分）

现有未知质量 M_x 的重物和未知摩擦系数 μ_x （与钢管间）的细绳。请设计测量 M_x 和 μ_x 的实验方案，简述实验步骤，说明需要测量的物理量（直接测量量），并给出 M_x 和 μ_x 的计算公式。要求 $\theta = \pi$ ，且只能做两次测量。

A.3（3 分）

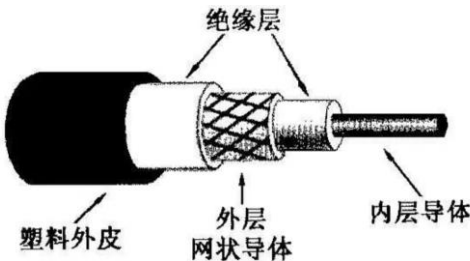
事实上，动摩擦系数和静摩擦系数往往不能像多数理论题中那样假设相等，现提供以下器材：三只完全相同的铅笔（没有削过笔头，且没有末尾的橡皮，截面为圆形），一只中性笔（用于在铅笔上做标记），直尺一把。请设计实验方案，测量铅笔间动摩擦系数与静摩擦系数之比 k 。简述实验步骤，说明需要测量的物理量（直接测量量），并给出 k 的计算公式。

B. 介电常数的测量（15 分）

同轴电缆线是工业与科研实验室中常用的输电线，其实物图和结构示意图如图b.1和图b.2所示。



图b.1 同轴电缆实物图



图b.2 同轴电缆结构图

实验仪器：低频信号发生器、示波器、电阻箱、标准电感（ $L = 0.1000 \text{ H}$ ）、一段被检测的电缆线（约1 m长，可根据需要剪断）、剪刀、直尺、螺旋测微器（允差 0.004 mm ）、导线。

实验目的：同轴电缆线中的导线（由内层硬导线和外层铜网线组成）间介质的相对介电常量的大小将影响两导线构成的电容值，现采用实验的方法测量该介质的相对介电常量 ϵ_r 。

实验时，引线间存在分布电容，标准电感中也存在分布电容。分布电容在导线间相对位置、形状等不变时是一个恒值，其影响可以等效为一个恒定的电容 C' 与同轴电缆并联。

B.1（1分）

设内层导体的半径为 a （称为内半径），外层导体的半径为 b （称为外半径），电缆线的长度为 l ，请给出该同轴电缆线电容 C_x 的公式。

用螺旋测微器测量内外直径，测量数据如表b.1所示。

表b.1 内外直径测量数据表（零点读数 0.003 mm ）

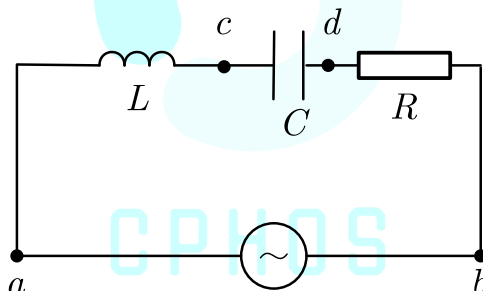
次数	1	2	3	4	5	6
内直径(mm)	1.480	1.483	1.485	1.486	1.482	1.487
外直径(mm)	4.403	4.406	4.407	4.401	4.404	4.404

B.2（4分）

请计算内外半径的值及其不确定度。

B.3（3分）

采用谐振法（观察李萨如图形）测量不同长度的电缆线的电容，连线图如下图所示，若示波器选择的触发源为 CH1 通道，请给出以下各接线端应接入的位置。



图b.3 谐振法测电容电路图

①信号发生器红端

②信号发生器黑端

③CH1 红端

④CH1 黑端

⑤CH2 红端

⑥CH2 黑端

谐振法测得实验数据如表b.2所示。

表b.2 谐振频率与电缆线长度的关系表

$l(\text{m})$	1.000	0.900	0.800	0.700	0.600	0.500
$f(\text{kHz})$	30.44	30.95	31.65	32.35	33.08	33.87

B.4（5分）

请计算 ϵ_r 的值。

B.5（2分）

某同学在做交流黑盒子实验时，测试某两个接线柱，发现能够调整到谐振状态，且谐振频率约为几千赫兹，于是他认为盒内是电容和电感，但打开盒子后却发现只有一个变压器（自感约 $1 \sim 10 \text{ H}$ ），请通过定量的估算解释为什么单独一个变压器也能调到谐振。

C. 用双光栅 Lau 效应测量平板玻璃折射率 (15 分)

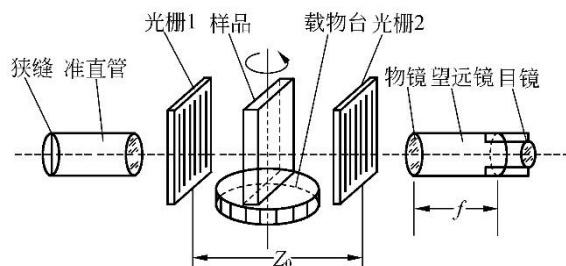
1948 年法国科学家 Ernst Lau 用扩展光源照射前后平行放置的两个具有相同光栅常数的衍射光栅, 在后方观察到了明暗相间的高对比度条纹, 该现象之后被称为 Lau 效应。这种非相干光源照明引起的干涉现象被证明与 1836 年发现的单光栅自成像 Talbot 效应有着深刻的联系。1979 年 Jahns 和 Lohmann 运用几何光学和标量衍射理论解释了 Lau 效应中的光强分布, 此后 1981 年 Sudol 和 Thompson 给出了部分相干光衍射理论的解释, 1982 年 Swanson 和 Leith 又基于双光栅衍射干涉模型对 Lau 效应和双光栅成像进行了解释。在国内也有利用杨氏干涉模型对 Lau 效应给出了解释和分析。Lau 效应可以产生高对比度明暗相间条纹, 以此为基础可以构建多种实验和表征方法, 如测量折射率、透镜焦距、光源波长、表面形貌表征、光学编码和微振动测量等。

实验仪器: 光栅 2 块(均为 20 线/mm)、钠光灯、分光计、标准样品 1 块(折射率 $n_s = 1.5163$)、待测样品 1 块(折射率为 n_x)、螺旋测微器、直尺、二维调整架 2 只, 磁性表座 2 只、万向节 4 只以及系列接杆、铁板 1 块。

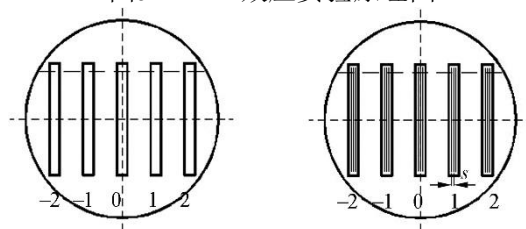
实验目的: 测量样品的折射率。

1. 用双光栅 Lau 效应测量平板玻璃的折射率——实验原理

用扩展光源照明 2 个相互平行且有一定间距的相同光栅, 在无穷远处可以看到平行的干涉条纹, 此为 Lau 效应。而实验原理则如图所示, 当平行光垂直入射到第一个光栅(光栅刻线与准直管狭缝平行), 在望远镜视场中可见到几条衍射亮线。逐渐加宽准直管的狭缝, 视场中的亮线随之逐渐展宽, 成为几个亮带, 如图 c.2(a) 所示。这时放置第二个衍射光栅(两光栅的刻线须平行), 其后的衍射光发生多束干涉。当两光栅间距 Z_0 为 $\frac{\Delta^2}{2\lambda}$ 的整数倍时(Δ 为光栅常量, λ 为波长), 望远镜视场中几条亮带中的干涉条纹最清晰, 这是第一个光栅的刻痕在望远镜后焦面上的像, 如图 c.2(b) 所示, 图中 s 为条纹间距。根据双光栅干涉的理论分析可知, 条纹间距 s 满足 $\Delta = \frac{Z_0}{f}s$, 其中 f 为望远镜物镜焦距。



图c.1 Lau 效应实验原理图



图c.2 干涉条纹

(a) 平行光经过第一个光栅后的衍射亮带 (b) Lau 效应干涉条纹

C.1 (4 分)

C.1.1 将厚度为 d_s 、折射率为 n_s 的样品置于载物台上。请推导入射光线和出射光线所在直线的距离 D 与入射角 i_s (入射光线与样品前表面法线的夹角) 的关系式。

C.1.2 从入射角 i_s 为零时开始转动载物台。随着载物台的转动, 望远镜视场中的条纹发生移动。请求出条纹移动的数目 m 与入射角 i_s 的关系式, 已知条纹间距为 s 。

C.1.3 用待测样品(厚度为 d_x 、折射率为 n_x) 取代标准样品, 按照上述操作, 使望远镜视场中主极大的干涉条纹同样移动 m 条, 记这时的入射角为 i_x 。请推导待测样品折射率 n_x 的表达式。

2. 用双光栅 Lau 效应测量平板玻璃的折射率——实验流程及数据处理

实验流程：

- (1) 调节分光计至工作状态。
- (2) 打开钠光灯，3-5 分钟后亮度正常。将 ①（多个实验仪器）调整在一条直线上。这时在阿贝目镜中应看到清晰的分划板和狭缝像，且狭缝像处于分划板的中央。
- (3) 将两光栅垂直置于光路中，两光栅间距建议距离 6-8 厘米左右。目视两光栅基本平行。
- (4) 将狭缝逐渐开大，在目镜视场中会看到条状光栅的衍射像。当亮的条状光栅的衍射像的宽度与暗条宽度之比大致为 1:4 的时候停止扩大狭缝。
- (5) 调整万向节上的方向旋钮，使光栅刻线相互平行，直到 ②（实验现象）时停止调整
- (6) 将标准样品放入载物台，调整使标准样品的表面垂直光路主光轴。记下初始读数，转动载物平台，使衍射像背景上的条纹移动 10 条，记下分光计转盘读数。重复三次。
- (7) 取下标准样品，将待测样品放入载物台，重复上述操作。

C.2 (6 分)

C.2.1 请简要阐述分光计的调节要求并完善上述实验流程。

测得实验数据如表 c.1、表 c.2、表 c.3 所示。

表 c.1 标准样品的测量

次数	起始角		终角	
	左游标	右游标	左游标	右游标
1	21°32'	201°34'	27°39'	207°41'
2	21°02'	201°05'	27°08'	207°11'
3	21°17'	201°19'	27°22'	207°24'

表 c.2 待测样品的测量

次数	起始角		终角	
	左游标	右游标	左游标	右游标
1	18°21'	198°23'	23°32'	203°34'
2	18°16'	198°18'	23°26'	203°28'
3	18°23'	198°25'	23°34'	203°36'

表 c.3 测量数据

次数	标准样品 (K9)		待测样品	
	厚度(mm)	入射角	厚度(mm)	入射角
1	13.725		14.018	
2	13.728		14.020	
3	13.723		14.021	
平均				

C.2.2 请完善表格并充分利用表中的数据，计算待测样品的折射率 n_x 。不要求计算不确定度。

3. 利用双光栅 Lau 效应测量透镜焦距——实验拓展

C.3 (5 分)

现额外提供一个毛玻璃屏、待测透镜、测微目镜和刻度尺。请根据本题前文中所描述的双光栅 Lau 效应实验，利用前述部分已有的测量结果和测量工具，简要描述利用 Lau 效应测量透镜焦距的实验方法。说明需要测量的物理量，画出简要的实验光路图，标明光路图中实验仪器的名称并给出最终的测量公式。

D. 核磁共振 (40 分)

核磁共振 (NMR) 是指处于某个静磁场中物质的原子核系统受到相应频率的电磁辐射时, 在它们的磁能级之间发生的共振跃迁现象。它自问世以来已在物理、化学、生物、医学等方面获得广泛应用, 是测定原子的核磁矩和研究核结构的直接而准确的方法, 也是精确测量磁场的重要方法之一。

若将原子核的总磁矩 $\vec{\mu}$ 与角动量 \vec{L} 之比用一个称为旋磁比的系数 γ 来表示的话, 它们之间的关系可写成

$$\vec{\mu} = \gamma \vec{L}$$

式中 $\gamma = \frac{g_N e}{2m_p}$, 其中 e 为质子电荷, m_p 为质子质量, g_N 为核的朗德因子。按照量子力学, 原子

核角动量的大小由下式决定:

$$L = \sqrt{I(I+1)}\hbar$$

式中 \hbar 为约化普朗克常数, I 为核自旋量子数, 对于氢核和氟核, $I = \frac{1}{2}$ 。

把原子核放在外磁场 \vec{B} 中, 取坐标轴 z 方向为 \vec{B} 的方向, 核角动量在 \vec{B} 方向的投影值由下式决定:

$$L_z = m\hbar$$

式中 m 为核的磁量子数, 可取 $m = I, I-1, \dots, -I$, 对于氢核和氟核, $m = \pm \frac{1}{2}$ 。核磁矩在 \vec{B} 方向的投影值

$$\mu_z = \gamma L_z = g_N \frac{e}{2m_p} m\hbar = g_N \mu_N m$$

式中 $\mu_N = \frac{e\hbar}{2m_p} = 5.05078353 \times 10^{-27} \text{ J} \cdot \text{T}^{-1}$, 称为核磁子, 用作核磁矩的单位。磁矩为 $\vec{\mu}$ 的原子核在恒定磁场中具有势能

$$E = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = -\mu_z B = -g_N \mu_N m B$$

任何两个能级间能量差为

$$\Delta E_{m_1, m_2} = E_{m_1} - E_{m_2} = -g_N \mu_N B (m_1 - m_2)$$

根据量子力学选择定则, 只有 $\Delta m = \pm 1$ 的两个能级之间才能发生跃迁, 其能量差为

$$\Delta E = g_N \mu_N B$$

实验时用频率为 ν_0 的电磁波照射原子核, 如果电磁波的能量 $h\nu_0$ 恰好等于原子核相邻两能级能量差, 则原子核就会吸收电磁波的能量, 由能量低的能级跃迁到能量高的能级, 这就是核磁共振吸收现象。

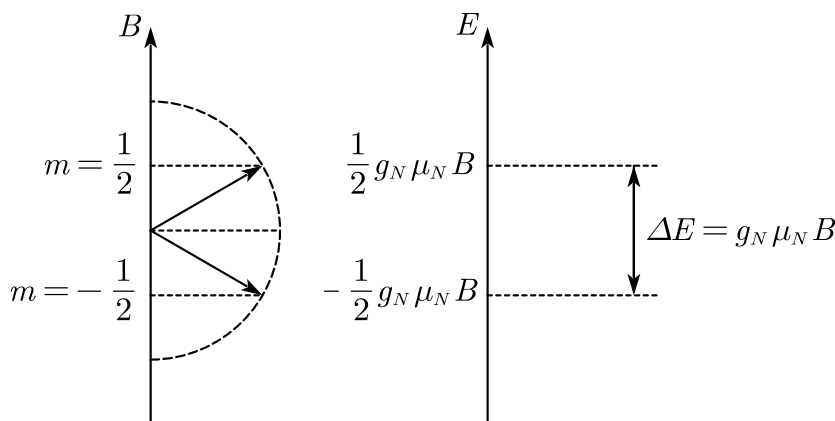


图 d.1 氢核能级在磁场中的分裂

上面讨论的是单个核的核磁共振，但我们在实验中研究的样品不是单个核磁矩，而是由这些磁矩构成的磁化强度矢量 \vec{M} 。另外，我们研究的系统并不是孤立的，而是与周围物质有一定的相互作用。只有全面考虑这些问题，才能建立起核磁共振的理论。

在核磁共振时，有两个过程同时起作用：一是受激跃迁，核磁矩系统吸收电磁波能量，其效果是使上下能级的粒子数趋于相等；二是弛豫过程，核磁矩系统把能量传给晶格，其效果是使粒子数趋向于热平衡分布。这两个过程达到动态平衡，于是粒子数差稳定在某一新的数值上，我们可以连续地观察到稳态的吸收。

现在首先研究磁场对 \vec{M} 的作用，在外磁场 \vec{B}_0 作用下， \vec{M} 围绕 \vec{B}_0 进动，假定外磁场沿z轴方向，再加一个与外磁场垂直的旋转磁场（射频场），当其旋转角频率满足共振条件时，便会发生共振吸收。其次考虑弛豫过程对 \vec{M} 的影响，当不存在射频场，且自旋系统与晶格处于热平衡时， \vec{M} 只有沿外磁场z方向的分量 $M_z = M_0$ ，若因某种因素（如加射频场）使 \vec{M} 偏离 \vec{M}_0 ，则 \vec{M} 会一边旋转一边恢复到 \vec{M}_0 ，在这个弛豫过程中，有两种弛豫机制在起作用：自旋—晶格弛豫和自旋—自旋弛豫。

自旋—晶格弛豫是指由于自旋与晶格的相互作用，晶格将吸收核的能量。使核跃迁到低能态而向热平衡过渡，表示这个过渡的特征时间称为纵向弛豫时间，用 T_1 表示，纵向弛豫过程满足

$$\frac{dM_z}{dt} = -\frac{M_z - M_0}{T_1}$$

自旋—自旋弛豫是指对每个核而言，都受邻近其它核磁矩所产生的局部磁场的作用，而这个局部磁场对不同的核稍有不同，因而使每个核的进动角频率也不尽相同，从而使得核磁矩在xy平面内的投影趋于无规则分布，平均而言总磁矩在xy平面内的投影就会趋于0，这个过渡的特征时间称为横向弛豫时间，用 T_2 表示，横向弛豫过程满足

$$\begin{cases} \frac{dM_x}{dt} = -\frac{M_x}{T_2} \\ \frac{dM_y}{dt} = -\frac{M_y}{T_2} \end{cases}$$

同时考虑以上各种因素就可以得到描述核磁共振现象的基本运动方程

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = \gamma \vec{M} \times \vec{B} - \frac{1}{T_2} (M_x \vec{e}_x + M_y \vec{e}_y) - \frac{1}{T_1} (M_z - M_0) \vec{e}_z$$

该方程称为布洛赫方程。其中 $\vec{B} = B_1 \cos \omega t \vec{e}_x - B_1 \sin \omega t \vec{e}_y + B_0 \vec{e}_z$ ，通过求解布洛赫方程，可以解释核磁共振的各种现象。将布洛赫方程写为分量式可得

$$\begin{cases} \frac{dM_x}{dt} = \gamma [M_y B_0 + M_z B_1 \sin(\omega t)] - \frac{M_x}{T_2} \\ \frac{dM_y}{dt} = \gamma [M_z B_1 \cos(\omega t) - M_x B_0] - \frac{M_y}{T_2} \\ \frac{dM_z}{dt} = -\gamma [M_x B_1 \sin(\omega t) + M_y B_1 \cos(\omega t)] - \frac{1}{T_1} (M_z - M_0) \end{cases}$$

令

$$\begin{cases} M_x = u \cos(\omega t) + v \sin(\omega t) \\ M_y = v \cos(\omega t) - u \sin(\omega t) \end{cases}$$

并假设

$$\omega_0 = \gamma B_0$$

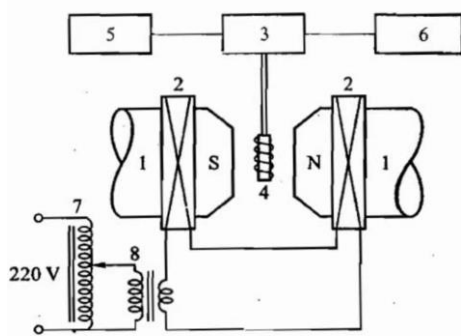
得

$$\begin{cases} \frac{du}{dt} = (\omega_0 - \omega)v - \frac{u}{T_2} \\ \frac{dv}{dt} = (\omega - \omega_0)u + \gamma B_1 M_z - \frac{v}{T_2} \\ \frac{dM_z}{dt} = -\gamma B_1 v - \frac{1}{T_1} (M_z - M_0) \end{cases}$$

考虑稳态解， u ， v 和 M_z 的时间变化率为0，解得

$$\begin{cases} u = \frac{(\omega_0 - \omega)\gamma B_1 M_0 T_2^2}{1 + \gamma^2 B_1^2 T_1 T_2 + (\omega_0 - \omega)^2 T_2^2} \\ v = \frac{\gamma B_1 M_0 T_2}{1 + \gamma^2 B_1^2 T_1 T_2 + (\omega_0 - \omega)^2 T_2^2} \\ M_z = M_0 \frac{1 + (\omega_0 - \omega)^2 T_2^2}{1 + \gamma^2 B_1^2 T_1 T_2 + (\omega_0 - \omega)^2 T_2^2} \end{cases}$$

基于以上的原理，本题研究原子核朗德因子的测定，以及核磁共振弛豫时间的测量。

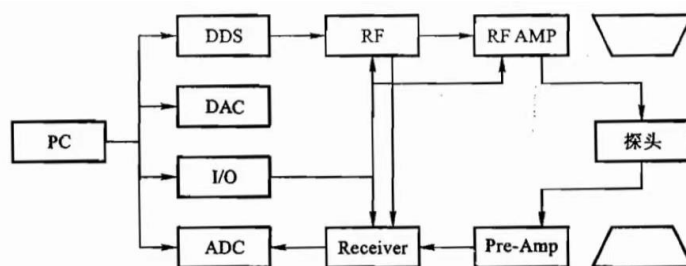


- 1.永久磁铁 2.扫场线圈 3.电路盒
4.振荡线圈及样品 5.数字频率计 6.示波器
7.可调变压器 8.小变压器

图d.2 核磁共振实验装置示意图

本题在测定朗德因子时采用连续波核磁共振，其实验装置如图d.2所示。

永磁铁产生一个均匀性较好的匀强磁场，扫场线圈用来产生幅度可调的交变磁场，其电流可用变压器调节。探头由电路盒和样品盒组成，样品上绕有线圈，线圈两端的引线与电路盒中处于反向接法的变容二极管（充当可变电容）相连构成LC电路并与晶体管等非线性元件组成振荡电路，当电路发生振荡时线圈中即有射频场作用在样品上，射频场可分解为两个转动方向相反的圆偏振磁场，其中与进动方向相同的分量可作为前述旋转场。线圈工作在振荡与不振荡的边际状态（称为边限振荡器），当样品吸收能量不同，即线圈品质因数不同时，振荡器振幅将有较大变化，因此可兼作探测共振信号的线圈。



图d.3 脉冲核磁共振谱仪示意图

在核磁共振弛豫时间测量的实验中，采用脉冲核磁共振，其实验装置如图d.3所示。图中各部分含义如下：

DDS：直接数字频率合成源	RF：数字信号发生器
RF AMP：功率放大器	DAC：数—模变换器
ADC：模—数变换器	I/O：输入/输出
Pre-Amp：预放大器	Receiver：接收器

1. 连续波核磁共振

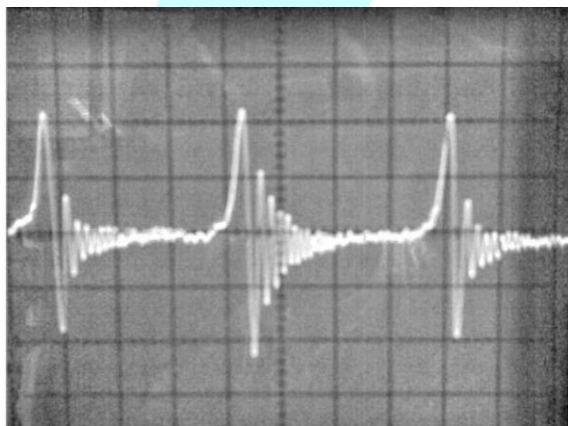
本实验采用扫场法观察核磁共振信号，在稳恒磁场 B_0 上叠加一个低频磁场（扫场） $B' = B'_m \cos(\omega' t)$ ，旋转场角频率大小合适，则共振条件在扫场的一个周期内被满足两次，在示波器上将观察到共振吸收信号。

D.1（17分）

注：选择题可能有一个或多个选项正确，多选或少选均不得分

D.1.1 若示波器采用 Y-T 模式，以下说法正确的是？

- A. 若恒定磁场不够均匀，则可能导致观察不到核磁共振信号
- B. 若没有弛豫过程，则一定观察不到核磁共振信号
- C. 若扫场的频率不满足共振条件，则可能导致观察不到核磁共振信号
- D. 若扫场的频率不满足共振条件，则一定导致观察不到核磁共振信号



图d.4 “尾波”图片

D.1.2 实验中观察到的核磁共振信号有时会出现类似衰减振荡的“尾波”，如图d.4所示。已知磁场不均匀会引起等效的阻尼衰减，那么关于“尾波”的说法正确的是？

- A. 出现“尾波”是由于扫场变化速度过快，通过共振点的时间比弛豫时间小得多
- B. 出现“尾波”是由于扫场变化速度过慢，通过共振点的时间比弛豫时间大得多
- C. 恒定磁场越均匀，尾波中振荡次数越多
- D. 恒定磁场越均匀，尾波中振荡次数越少

D.1.3 现在已成功观察到共振信号，为了测量共振频率，下列说法正确的是？

- A. 观察到共振信号后，应调节电路盒的位置，使探头位于磁场中最均匀的位置
- B. 微调射频场频率，当示波器上的共振信号等间距排列时，频率计的读数即为与 B_0 对应的共振频率。
- C. 为了更准确地测得共振频率，需要逐步减少扫场幅度，并相应调节射频场频率
- D. 当射频振荡频率等于恒定磁场 B_0 对应的拉莫尔频率时，扫场幅度的改变不影响共振吸收峰的位置

已知对于氢核，核朗德因子 $g_H = 5.585695$ 。当观察到核磁共振信号时，射频场频率对应的共振磁场一定在 $(B_0 - B'_m)$ 到 $(B_0 + B'_m)$ 范围内，且借助示波器上的网格，对信号间距的判断可以较为准确。设能看到共振信号的射频场频率范围为 $\nu_1 \sim \nu_2$ ，则共振频率 ν_0 的不确定度即可估计为 $\frac{\nu_2 - \nu_1}{20}$ 。测得实验数据表格如下。

表d.1 氢核共振频率实验数据表

序号	ν_0 (MHz)	ν_1 (MHz)	ν_2 (MHz)
1	25.072	25.062	25.079
2	25.072	25.064	25.081
3	25.074	25.061	25.079

表d.2 氟核共振频率实验数据表

序号	ν_0 (MHz)	ν_1 (MHz)	ν_2 (MHz)
1	23.587	23.581	23.594
2	23.586	23.583	23.597
3	23.584	23.580	23.595

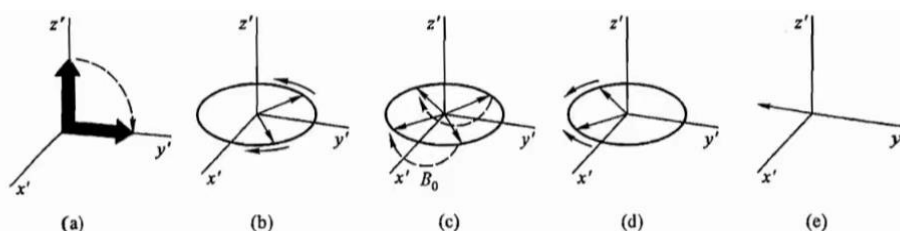
D.1.4 请据此求出 B_0 的测量值和不确定度，以及氟核朗德因子 g_F 的测量值和不确定度。

2. 脉冲核磁共振

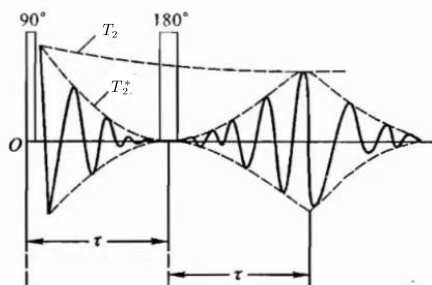
在本部分中，我们主要研究核磁共振弛豫时间的测量。为测量弛豫时间，在与恒定磁场 B_0 垂直的平面内加一脉冲旋转磁场 B_1 ，其旋转角频率满足共振条件，在以拉莫尔频率旋转的坐标系中， M 在 B_1 的作用下以角速度 γB_1 旋转，设脉冲作用时间为 T ，则 M 的倾角 θ 为 $\theta = \gamma B_1 T$ 。脉冲结束后， M 经历弛豫过程回到平衡状态，将电感线圈放在垂直于 B_0 的平面上，此时可检测到横向弛豫引起的指数衰减信号，此信号称为自由感应衰减（free inductive decay, FID）信号。然而 FID 信号的衰减弛豫时间通常并不是 T_2 ，这是因为引起信号衰减的因素并不只是自旋-自旋相互作用，磁场的不均匀性也会对信号的衰减起作用。磁场的不均匀性等效于有一个弛豫时间 T_2' ，从而 FID 信号的衰减弛豫时间为 T_2^* 。通过测量 FID 信号的包络线，可以得到 T_2^* 。

但某些时候，我们想避免 T_2' 的影响，单独测出 T_2 ，这时可采用自旋回波法。其原理如图 d.5 所示。先加一个 $\theta = 90^\circ$ 的射频脉冲场（沿 x' 轴方向），使 M 倒向 y' 方向，经历横向弛豫，各核磁矩由于转速不同导致相位散开，在 τ 时刻加一个 $\theta = 180^\circ$ 的射频脉冲场（沿 x' 轴方向），它使得 M_x 不变， M_y 反向，而各核磁矩的旋转方向不变，从而再经过时间 τ 后， M 将会在 $-y'$ 方向会聚形成极大，即形成回波，自旋回波的峰值仅由 T_2 决定。改变 τ ，测出一系列回波峰值即可得到 T_2 ，也可以用 CP 系列脉冲（ $\frac{\pi}{2} - \tau - \pi - 2\tau - \pi - 2\tau - \pi - \dots$ 脉冲）来进行测量。

自旋回波信号的示意图如图 d.6 所示。

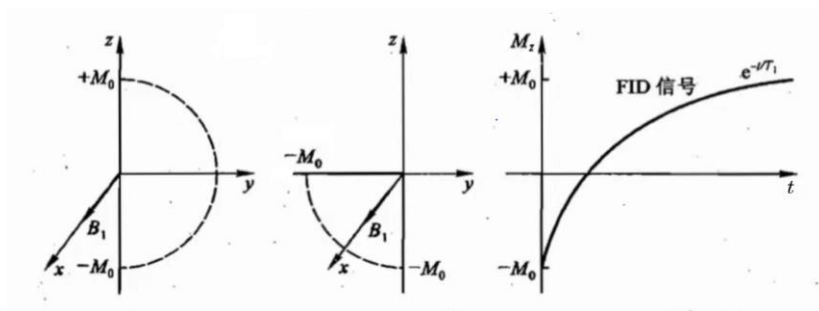


图d.5 自旋回波原理图



图d.6 自旋回波信号示意图

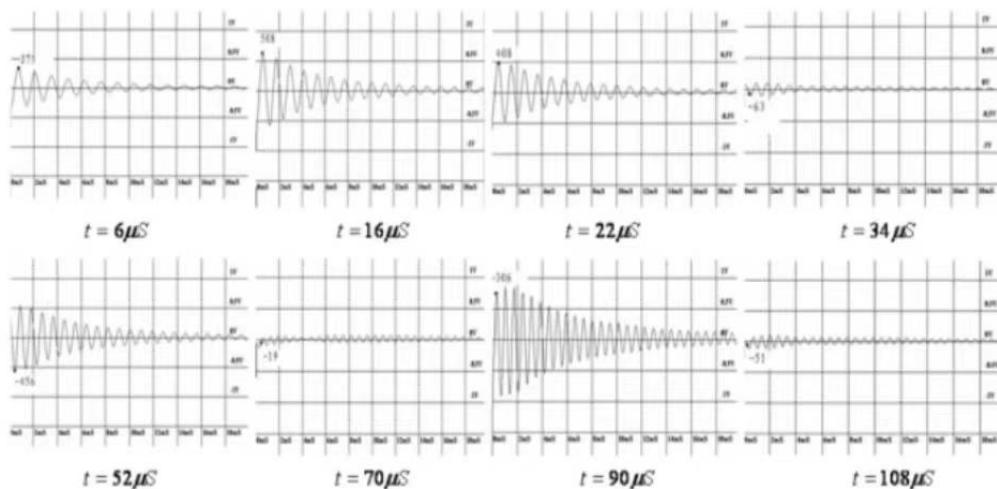
对于 T_1 的测量,可采用 $\pi - \tau - \frac{\pi}{2}$ 脉冲序列,其原理如图d.7所示(该方法称为反转恢复法)。先加一个 180° 脉冲,使得 M 倒向 $-z$ 方向,经历 τ 时间后, M 的大小有所衰减,再用 90° 脉冲,使得 M 倒向 $-y'$ 方向,在接收线圈中即可测到 FID 信号,其幅度正比于 $M_z(\tau)$,测出一系列 $M_z(\tau)$ 进行拟合即可得出 T_1 的值,而最简单的方法则是直接读出 $M_z = 0$ 时的 τ 值,计算得到 T_1 的值。

图d.7 T_1 的测量原理图

D.2 (23 分)

D.2.1 请用 T_2 和 T_2' 表示出 T_2^* 。

D.2.2 为了测量弛豫时间,首先我们应该获得 90° 脉冲和 180° 脉冲,为此从 0 开始逐渐调大脉冲宽度,观察到的 FID 信号如图d.8所示,信号初始幅值依次在 $16\mu\text{s}$, $52\mu\text{s}$, $90\mu\text{s}$ 处取得极大,在 $34\mu\text{s}$, $70\mu\text{s}$, $108\mu\text{s}$ 处取得极小。则 90° 脉冲和 180° 脉冲的脉冲宽度分别应设置为多少(保留 3 位有效数字,不要求不确定度)?



图d.8 FID信号与脉冲时间宽度的关系实验数据

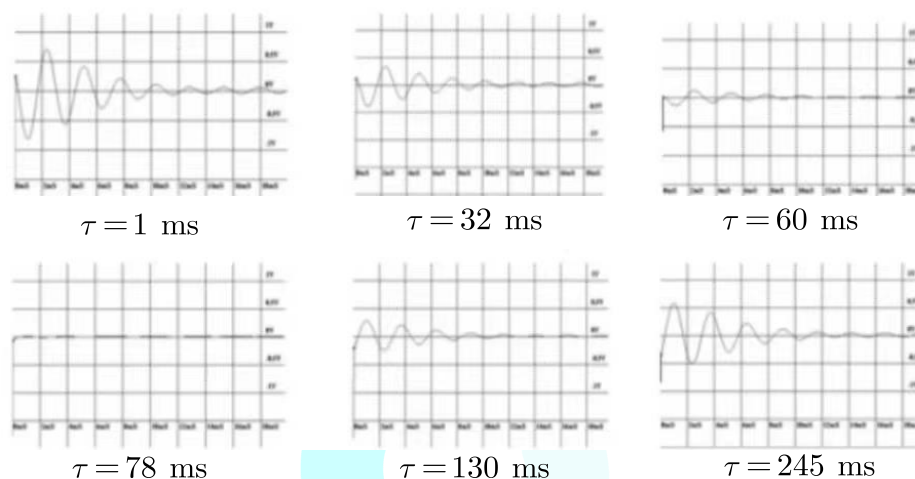
对于甘油样品，采用自旋回波法测量 T_2 ，数据如下表。

表d.3 自旋回波法测横向弛豫时间数据表

序号	1	2	3	4	5
$2\tau(\text{ms})$	10	20	30	40	50
$V_{\text{FID}}(\text{V})$	2.2	1.8	1.4	0.96	0.72

D.2.3 请根据以上数据，计算甘油的横向弛豫时间 T_2 及其不确定度（仅考虑拟合时数据离散性的不确定度，不考虑仪器测量时的允差造成的不确定度）。

用反转恢复法测量某样品纵向弛豫时间 T_1 时的数据图如图d.9所示。



图d.9 反转恢复法测量纵向弛豫时间实验数据

D.2.4 请根据上图，计算该样品纵向弛豫时间 T_1 的值（不要求不确定度）。

对于不同浓度的硫酸铜溶液，其弛豫时间也不同，且随浓度的变化具有一定规律。对不同浓度的硫酸铜溶液，测得其弛豫时间如下表所示。

表d.4 弛豫时间随硫酸铜溶液浓度的变化数据表

浓度 n	0.1%	0.2%	0.4%	0.5%	0.8%	1.0%
$T_1(\text{ms})$	117.7	64.9	37.3	30.8	17.9	15.9
$T_2(\text{ms})$	116.9	63.2	34.8	27.2	14.6	12.7
浓度 n	1.5%	2.0%	2.5%	3.3%	4.0%	5.0%
$T_1(\text{ms})$	11.4	7.76	6.39	4.51	3.72	3.24
$T_2(\text{ms})$	9.17	6.44	5.42	3.82	3.01	2.33

D.2.5 若 T^k 与浓度 n 成线性关系，请通过纯理论的定性分析，给出 k 的值，并以 n 为横坐标， T^k 为纵坐标，在坐标纸上作图，根据你所作的图说明你定性分析得到的 k 值是否合理。（ T_1 和 T_2 的图请画在同一张坐标纸上）

版权信息

命题人

龚炳瑞 李燃亮

审题人

胡宸源 王若翀 曹弘毅 李忆唐 杨旻

联系方式



微信公众号
CPHOS



官方网站
www.cphos.cn



CPHOS 论坛

邮箱

service@cphos.cn

微信小程序

CPHOS 物理竞赛联考



CPHOS